

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
КЫРГЫЗСКО-РОССИЙСКИЙ СЛАВЯНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ЕСТЕСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
Кафедра нетрадиционных и возобновляемых источников энергии

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ

Методическое руководство  
по изучению дисциплины для бакалавров

Бишкек 2020

УДК 538.3: 621.371  
Э 45

Рецензент  
*В. А. Юриков* – канд. техн. наук, проф.

Составители  
*В. В. Кириллов, З. Д. Сейдакматова, О. П. Новиков*

Рекомендовано к изданию  
кафедрой нетрадиционных и возобновляемых  
источников энергии КРСУ,  
Ученым советом Естественно-технического факультета КРСУ

Э 45 ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ: Методическое руководство по изучению дисциплины для бакалавров / сост.: В. В. Кириллов, З. Д. Сейдакматова, О. П. Новиков. Бишкек: КРСУ, 2020. 76 с.: ил.

Методическое руководство по изучению дисциплины содержит вводную часть, в которой освещены вопросы истории открытия электрического и электромагнитного полей и описание действия их при помощи математического инструмента. В состав лекционных материалов входит изучение векторных величин электромагнитного поля, уравнения Максвелла, граничные условия двух сред, скорость распространения энергии, даны понятия волноводы и основные параметры, а также приводится волоконная оптика, конструкция, и его основные параметры.

Рекомендации по выполнению лабораторных отчетов по электронной программе Elcut. Также, в настоящем методическом руководстве приведены краткие теоретические сведения, касающиеся вопросов влияния электромагнитных полей на человека, преобразования и распределения потенциала электромагнитных влияний на биологические организмы. Дается общая рекомендация последовательности по освоению дисциплины и составление задания по решению практических вопросов и список рекомендуемой литературы.

Методическое руководство предназначено для студентов бакалавриата специальностей инфокоммуникационных телекоммуникационных систем.

© ГОУВПО КРСУ, 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ. КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР РАЗВИТИЯ УЧЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМЕ.....	5
---	---

ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И ВОЛН .....	6
---	---

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕКТОРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЕЙ..	7
1.1 Силовые линии поля .....	7
1.2 Электрическое поле и его векторы .....	7
1.3 Векторы магнитного поля .....	10
1.4 Классификация по макроскопическим параметрам.....	13

2. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И ИХ ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ .....	15
2.1 Уравнения Максвелла в интегральной форме .....	15
2.2 Уравнения Максвелла в дифференциальной форме .....	18
2.3 Система уравнений Максвелла .....	19
2.4 Система уравнений Максвелла в комплексной форме .....	21
2.5 Диэлектрическая проницаемость среды.....	22
2.6 Теорема вектора Пойнтинга в комплексной форме. Характеристические сопротивления в средах без потерь и с потерями.....	23

3. РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН. ПОТЕНЦИАЛЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ.....	25
3.1 Волновые уравнения для векторов электромагнитного поля.....	25
3.2 Волновые уравнения для электродинамических потенциалов .....	26
3.3 Волновые уравнения в комплексной форме.....	28

4. ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ .....	30
4.1 Решение уравнений для плоской волны.....	30
4.2 Распространение плоских волн в различных средах.....	34
4.3 Перенос энергии плоской волной .....	48

5. НАПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ. КЛАССИФИКАЦИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ .....	52
5.1 Определение систем и классификация волновых линий передачи.....	52
5.2 Электромагнитные процессы в линиях передачи .....	54
5.3 Структура электромагнитного поля $E$ и $H$ волн в прямоугольном волноводе .....	58
5.4 Уравнения для $E$ и $H$ волн в прямоугольном волноводе .....	58
5.5 Система уравнений для $E$ и $H$ волн в прямоугольном волноводе .....	60

6. ВОЛОКОННАЯ ОПТИКА. ПАРАМЕТРЫ И ПРИМЕНЕНИЕ .....	65
---	----

7. ВОЗДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И ВОЛН НА БИОСФЕРУ .....	70
--	----

ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	72
------------------	----

ЛИТЕРАТУРА .....	74
------------------	----

**ВВЕДЕНИЕ.**  
**КРАТКИЙ ИСТОРИЧЕСКИЙ ОБЗОР**  
**РАЗВИТИЯ УЧЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМЕ**

В курсе «Электромагнитные поля и волны» изучается макроскопическая теория электромагнитного поля (ЭМП).

Макроскопическая теория ЭМП основывается на уравнениях Максвелла (1873 г.), математически связывающих между собой векторы поля с источниками – токами и зарядами. Заслуга Максвелла состоит в том, что он сумел обобщить громадное количество экспериментальных и теоретических данных в области электромагнетизма, накопившихся к концу 19-го века, ввести ряд важных дополнений и понятий (таких, например, как ток смещения), позволили ему развить теорию близкодействия, сформулированную Фарадеем, предположить существование электромагнитных волн и сделать заключение об общности электромагнитных и оптических процессов.

Экспериментально наличие электромагнитных волн было открыто Генрихом Герцем (1886 г.). Им были изучены их основные свойства, в том числе определена скорость распространения в воздухе.

Важную роль в подтверждении идей Максвелла сыграли и хорошо известные опыты академика П. Н. Лебедева (1900 г.), доказавшие наличие массы у световых лучей. Практическое воплощение идей электродинамики было осуществлено А. С. Поповым (1905г.), открывшим миру возможность радиосвязи.

С целью оптимальной загрузки лекционного материала, рекомендации по выполнению и защите лабораторных отчетов по электронной программе Elcut, в методическое руководство не входит, а предоставляется непосредственно перед проведением лабораторных исследований.

**ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ**  
**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И ВОЛН**

Изучение дисциплины «Электромагнитные поля и волны» ставит цель: получение знаний по теории и практике электромагнитных процессов, происходящих в различных средах, в линиях передачи электромагнитной энергии и в объемных резонаторах; приобретение компетенций в расчетах основных параметров электромагнитных полей и процессов, возникающих при эксплуатации кабельных, волноводных, волоконно-оптических линиях связи, СВЧ узлов аппаратуры радиорелейной и спутниковой связи; получение навыков в постановке задач анализа волновых явлений в направляющих системах и трактах СВЧ.

Дисциплина «Электромагнитные поля и волны» (ЭПиВ) является одной из базовых при изучении систем связи современных технологий. В свою очередь его усвоение невозможно без достаточного знания таких дисциплин как математика, физика, философия.

Представленный материал полностью соответствует требованиям государственного образовательного стандарта по программе дисциплине и перечню лекций, приведенному в методическом комплексе по электродинамике и распространению ЭПиВ. Усвоение материала кций обеспечивает достаточный уровень подготовки по основам курса ЭПиВ и гарантирует студенту получение положительной экзаменационной оценки.

Основное внимание при изложении материала уделено физике изучаемых процессов. Значительное количество математических преобразований и выражений использовано лишь в той мере, в которой необходимо для понимания физических явлений. Более подробное изложение изучаемых вопросов, а также других разделов курса, студент может найти в литературе, перечень которой приведен в конце учебно-методического пособия.

# 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕКТОРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

## 1.1 Силовые линии поля

Для наглядного представления электромагнитных полей пользуются их графическим описанием. При этом каждому вектору поля в некоторой области пространства в определенный момент времени ставится в соответствие семейство линий, касательные к которым в каждой точке определяют направление вектора в этой точке, а их густота – величину вектора.

Линии вектора напряженности электрического поля называются электрическими силовыми линиями, а линии вектора магнитной индукции – магнитными силовыми линиями. На рисунке 1.1 показаны силовые линии напряженности электрического поля точечного электрического заряда и силовые линии вектора магнитной индукции проводника с постоянным током.

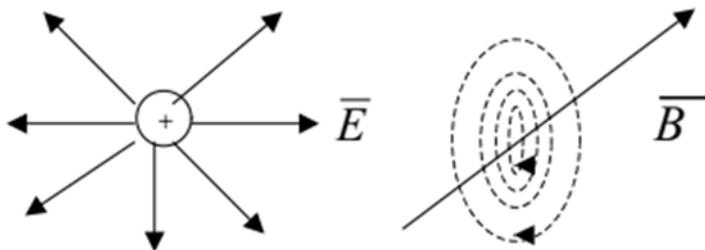


Рисунок 1.1 – Силовые линии поля

## 1.2 Электрическое поле и его векторы

Электрический заряд – свойство частиц вещества или тел, характеризующее их взаимосвязь с собственным ЭМП и их взаимодействие с внешним ЭМП; имеет два вида: положительный заряд (позитрон) и отрицательный заряд (электрон). Количество определяется по силовому взаимодействию тел, обладающих электрическими зарядами.

Напряженность электрического поля расстояния  $r$  от источника определяется на основе хорошо известного закона Кулона

и равна силе  $F$ , с которой электрическое поле действует на точечный, положительный заряд  $q_0$ , находящийся в рассматриваемой точке:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{Q\vec{r}_0}{4\pi\epsilon_a r^2}, \quad (1.1)$$

где  $Q$  – заряд, создающий электрическое поле (сторонний заряд);  $\vec{r}_0$  – единичный вектор, совпадающий с направлением  $Q - q_0$ ;  $\epsilon_a$  – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, имеет смысл электрической постоянной среды.

В случае когда взаимодействие зарядов рассматривается в вакууме (пустоте, свободном пространстве), электрическую постоянную принято обозначать  $\epsilon_0$ , она имеет смысл абсолютной диэлектрической проницаемости вакуума и ее величина в единицах СИ равна  $10^{-9} / 36\pi$ ,  $\epsilon_a$  Ф/м. Количественно эффект поляризации можно учесть с помощью вектора удельной поляризации  $\vec{P}$

$$\vec{P} = \vec{p}n = gl\vec{l}_0, \quad (1.2)$$

где  $\vec{p}$  – вектор поляризации одной молекулы;  $n$  – количество молекул в единице объема;  $g$  – величина заряда;  $l$  – величина смещения заряда;  $\vec{l}_0$  – единичный орт направления смещения.

Для того чтобы результирующее электрическое поле в произвольных средах можно было рассматривать как независящее от их свойств, формально вводится дополнительный вектор-электрической индукции  $\vec{D}$ , связанный с вектором напряженности электрического поля соотношением:

$$\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E} = \frac{Qr_0}{4\pi r^2}. \quad (1.3)$$

С другой стороны, основываясь на наличии эффекта поляризации, можно записать:

$$\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E} + \bar{P}, \quad (1.4)$$

где  $\bar{P}$  – вектор поляризации среды.

Поскольку эти векторы имеют одинаковую размерность, а вектор поляризации среды своим появлением обязан первичному полю (полю в вакууме) и его величина связана со свойствами среды, то принято считать, что при не слишком сильных полях вектор поляризации пропорционален полю в среде

$$\bar{P} = k_s \varepsilon_0 \bar{E}. \quad (1.5)$$

Коэффициент пропорциональности  $k_s$  носит название коэффициента диэлектрической восприимчивости среды и является величиной безразмерной. С учетом выражений (1.3–1.5) можно записать:

$$\bar{D} = \varepsilon_a \bar{E} = \varepsilon_0 \bar{E} + \varepsilon_0 k_s \bar{E}. \quad (1.6)$$

Откуда следует:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{0x} (1 + k_s). \quad (1.7)$$

Наряду с абсолютной диэлектрической проницаемостью среды, в электродинамике часто используют понятие относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_0} = (1 + k_s). \quad (1.8)$$

Для большинства сред в сильных электрических полях пропорциональность векторов  $\bar{E}$ ,  $\bar{P}$ ,  $\bar{D}$  нарушается. В некоторых средах имеет место нарушение указанной пропорциональности даже в сравнительно слабых полях. Кроме того, за счет инерционности молекул вещества параметры  $\varepsilon_a$ ,  $k_s$  зависят от частоты – скорости изменения  $\bar{E}$  во времени.

### 1.3 Векторы магнитного поля

Магнитная индукция  $\bar{B}$  численно равна силе, с которой магнитное поле действует на единичный, положительный заряд, движущийся в этом поле с единичной скоростью перпендикулярно силовым линиям поля. Это определение вытекает из закона Лоренца:

$$\bar{F}_L = g \bar{E} + g [\bar{v} \bar{B}], \quad (1.9)$$

где  $\bar{F}_L$  – сила Лоренца;

$\bar{E}$  – напряженность электрического поля;

$\bar{B}$  – магнитная индукция;

$\bar{v}$  – скорость движения заряда;

$g$  – электрический заряд.

Первое слагаемое в правой части представляет собой закон Кулона, характеризующий взаимодействие неподвижного заряда с электромагнитным полем – электрическую силу, второе слагаемое характеризует взаимодействие движущегося заряда – магнитную силу –  $F_m$ .

В соответствии со свойствами векторного произведения двух векторов, магнитная сила направлена перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы –  $\bar{v}$ ,  $\bar{B}$ , образуя правовинтовую связь.

По аналогии с электрическим полем, для описания магнитного поля вводят вектор напряженности магнитного поля  $\overline{H}$ .

$$\overline{H} = \frac{\overline{B}}{\mu_a}, \quad (1.10)$$

где  $\mu_a$  – абсолютная магнитная проницаемость среды; имеет смысл магнитной постоянной среды.

Если индукция магнитного поля рассматривается в вакууме (пустоте, свободном пространстве),  $\mu_a$  обозначается как  $\mu_0$  и носит название абсолютной магнитной проницаемости вакуума. Она имеет смысл магнитной постоянной свободного пространства. В единицах СИ величина  $\mu_0$  равна  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Индукция магнитного поля зависит от свойств среды, в которой оно рассматривается. Физика этого явления состоит в том, что под воздействием внешних магнитных сил вещество намагничивается, появляется дополнительное магнитное поле, которое накладывается на внешнее, и в результате суммарное поле оказывается отличным от того, которое было в вакууме. Отдельные атомы и молекулы вещества можно рассматривать как элементарные рамки с током, каждая из которых обладает магнитным моментом. Величина момента равна:

$$\overline{m} = IS\overline{n}_0, \quad (1.11)$$

где  $\overline{m}$  – магнитный момент;

$I$  – сила тока, протекающего в элементарной рамке;

$S$  – площадь рамки;

$\overline{n}_0$  – единичный вектор нормали к плоскости рамки.

Под действием внешнего магнитного поля происходит преимущественная ориентация магнитных моментов атомов и молекул, и суммарный магнитный момент оказывается отличным от нуля.

Вектор намагниченности среды для единицы объема вещества, может быть записан в виде:

$$\overline{M} = \overline{m} \cdot n = ISn \cdot \overline{n}_0, \quad (1.12)$$

где  $n$  – число элементарных магнитных моментов в единице объема.

Поскольку размерность вектора намагниченности та же, что и вектора напряженности магнитного поля, то полагают величину  $\overline{M}$  пропорциональной  $\overline{H}$

$$\overline{M} = k_M \cdot \overline{H}. \quad (1.13)$$

Величина  $k_M$  носит название коэффициента магнитной восприимчивости среды и является величиной безразмерной. Учитывая (1.10 и 1.13), выражение для индукции магнитного поля в произвольной среде можно записать в виде:

$$\overline{B} = \mu_a \cdot \overline{H} = \mu_0 \cdot \overline{H} + \mu_0 \cdot \overline{M} = \overline{H} \cdot \mu_0(1 + k_M). \quad (1.14)$$

Из (1.14) Следует:

$$\mu_a = \mu_0(1 + k_M). \quad (1.15)$$

Наряду с понятием абсолютной магнитной проницаемости среды в электродинамике часто используют понятие относительной магнитной проницаемости среды

$$\mu = \frac{\mu_a}{\mu_0}. \quad (1.16)$$

Таким образом:

$$\mu = (1 + k_M). \quad (1.17)$$

В большинстве сред при не слишком сильных полях векторы магнитной индукции и напряженности магнитного поля связаны между собой уравнением (1.10), в котором,  $\mu$  является скалярной величиной. Однако существуют среды, в которых магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость зависят от величины магнитного поля, причем не только в данный момент времени, но и в предшествующие. В таких средах, магнитная проницаемость описывается тензорной величиной, а так же имеет место явление магнитного гистерезиса.

#### 1.4 Классификация по макроскопическим параметрам

Взаимодействие электромагнитного поля со средой характеризуется материальными уравнениями, которые были рассмотрены выше:

$$\bar{D} = \varepsilon_a \cdot \bar{E}; \quad \bar{B} = \mu_a \cdot \bar{H}. \quad (1.18)$$

Для характеристики среды необходимо ввести еще одно уравнение, характеризующее ее электропроводность – ток проводимости. Плотность этого тока выражается законом Ома в дифференциальной форме и равна:

$$\bar{\delta} = \gamma \cdot \bar{E}, \quad (1.19)$$

где  $\bar{\delta}$  – плотность тока проводимости;

$\gamma$  – удельная проводимость среды, измеряется в СИ в Сим/м.

Каждая среда характеризуется тремя параметрами  $\varepsilon_a$ ,  $\mu_a$ ,  $\gamma$ .

Значение этих параметров и их поведение в пространстве и во времени, а также их зависимость от векторов поля позволяет ввести различные классификации сред.

По величине удельной проводимости  $\gamma$ , среды подразделяются на проводники, полупроводники и диэлектрики. В этой последовательности удельная проводимость среды (количество свободных зарядов) убывает. Довольно часто, при решении задач

электродинамики, пользуются понятиями идеального проводника  $\gamma \rightarrow \infty$  и идеального диэлектрика  $\gamma \rightarrow 0$ .

По величине относительной магнитной проницаемости среды делятся на:

- ферромагнетики –  $\mu \gg 1$ ;
- парамагнетики –  $\mu > 1$ ;
- диамагнетики –  $\mu < 1$ .

Для большинства диэлектриков относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon > 1$ . Однако существуют такие среды (ионизированный газ – плазма), в которых  $\varepsilon$  может принимать значения, меньшие единицы и даже отрицательные.

## 2. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И ИХ ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

### 2.1 Уравнения Максвелла в интегральной форме

В основе уравнений Максвелла в интегральной форме лежат известные из курса физики законы полного тока (Ампера) и электромагнитной индукции (Фарадея), а также теорема Гаусса.

#### Первое уравнение Максвелла в интегральной форме

Его определение звучит следующим образом: циркуляция вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна полному току, пронизывающему этот контур. Математически это определение записывается так:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = i_n = \int_S \vec{\delta} d\vec{s}. \quad (2.1)$$

В выражении (2.1)  $L$  – произвольный контур, площадь которого равна

$$S, d\vec{l} = dl\vec{l}_0, d\vec{s} = ds\vec{n}_0, \vec{H}d\vec{l} = Hdl \cos(\vec{H}, \vec{l}_0), \vec{l}_0, \vec{n}_0$$

касательная к контуру на отрезке  $dl$  и нормаль к площади  $S$  – соответственно.

Максвелл предположил, что закон полного тока справедлив и для переменных полей при условии введения понятия тока смещения, который своим появлением обязан изменению электрического поля во времени.

Плотность тока смещения

$$\delta_{cm} = \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (2.2)$$

а величина его:

$$i_{cm} = \int_S \vec{\delta}_{cm} d\vec{s}. \quad (2.3)$$

Электрическая цепь является замкнутой, то есть ток проводимости замыкается током, названным Максвеллом током смещения. С учетом (2.1) и (2.2) первое уравнение Максвелла записывается в виде:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = i_n = i_{np} + i_{cm} = \int_S \vec{\delta}_n d\vec{s} = \int_S \left( \vec{\delta}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{s}. \quad (2.4)$$

Физический смысл первого уравнения Максвелла состоит в том, что магнитное поле в некоторой области пространства связано не только с токами проводимости, протекающими в этой области, но и с изменением электрического поля во времени в этой области (токами смещения).

#### Второе уравнение Максвелла в интегральной форме

Циркуляция вектора напряженности электрического поля по замкнутому контуру равна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего этот контур. Математически это определение записывается следующим образом:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{s}. \quad (2.5)$$

Это уравнение совпадает с законом электромагнитной индукции Фарадея, который в свернутом виде может быть записан так:

$$\text{ЭДС} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Физический смысл второго уравнения Максвелла состоит в том, что электрическое поле в некоторой области пространства связано с изменением магнитного поля во времени в этой области.

### Третье уравнение Максвелла в интегральной форме

Поток вектора электрической индукции через замкнутую поверхность равен сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности. В соответствии с теоремой Гаусса:

$$\oint_S \bar{D} d\bar{s} = \sum q = \int_V \rho dv, \quad (2.6)$$

где  $q$  – полный электрический заряд внутри поверхности  $S$ ;  
 $v$  – объем, ограниченный поверхностью  $S$ ;  
 $\rho$  – объемная плотность электрического заряда.

Физический смысл этого уравнения состоит в том, что электрическое поле в некоторой области пространства связано с электрическим зарядом внутри этой области. Это уравнение свидетельствует также о том, что электрическое поле имеет истоки в виде электрических зарядов. Для положительного заряда силовые линии вектора электрической индукции выходят из рассматриваемого объема (исток), а для отрицательного заряда – входят (сток).

### Четвертое уравнение Максвелла в интегральной форме

Поток вектора магнитной индукции через замкнутую поверхность равен нулю (поскольку магнитных зарядов одного знака в природе не обнаружено). Математически это уравнение записывается так:

$$\oint_S \bar{B} d\bar{s} = 0. \quad (2.7)$$

Физический смысл этого уравнения состоит в том, что магнитное поле в некоторой области пространства не имеет источников в виде неподвижных зарядов, т. е. не имеет истоков и стоков и силовые линии вектора магнитной индукции замкнуты (соленоидальны).

### 2.2 Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

В большинстве практических приложений уравнений Максвелла более удобна дифференциальная форма записи. Переход от интегральной к дифференциальной форме записи выполняется с помощью теорем Стокса и Гаусса-Остроградского.

**Теорема Стокса.** Циркуляция вектора по замкнутому контуру равна потоку ротора этого вектора через поверхность, опирающуюся на данный контур

$$\oint_L \bar{A} d\bar{l} = \int_S \text{rot } \bar{A} d\bar{s}.$$

**Теорема Гаусса-Остроградского.** Поток вектора через замкнутую поверхность равен дивергенции (расходимости) этого вектора из объема, ограниченного данной поверхностью

$$\oint_S \bar{A} d\bar{s} = \int_V \text{div } \bar{A} dv.$$

Применив первую теорему Максвелла к первому и второму, а вторую – к третьему и четвертому уравнениям Максвелла в интегральной форме, можно получить все четыре уравнения в дифференциальной форме:

$$\begin{aligned} \text{rot } \bar{H} &= \bar{\delta}_n = \bar{\delta}_{np} + \bar{\delta}_{cm} = \bar{\delta}_{np} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}; \\ \text{rot } \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}; \quad \text{div } \bar{D} = \rho; \quad \text{div } \bar{B} = 0. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Для полной характеристики электромагнитного поля при использовании уравнений Максвелла в дифференциальной форме необходимо ввести еще одно уравнение – непрерывности, базирующееся на принципе сохранения заряда. Вывод этого уравнения основывается на связи тока, вытекающего из элементарного объема, с уменьшением заряда внутри этого объема. Уравнение непрерывности имеет вид:

$$\operatorname{div} \bar{\delta}_{np} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.9)$$

### 2.3 Система уравнений Максвелла

#### Сторонние электрические силы

Если ЭМП создается какими-либо внешними рассматриваемой области источниками, то последние принято называть сторонними.

Используют:

- вектор плотности стороннего электрического тока  $\bar{\delta}_s^{cm}$ , в системе СИ размерностью А/м<sup>2</sup>;
- объемную плотность стороннего электрического заряда  $\bar{\rho}_s^{cm}$ , в системе СИ размерностью Кл/м<sup>3</sup>.

Эти источники являются заданными и определяются не теми векторами поля, которые должны быть найдены, а связаны с известными полями; они (источники) могут иметь любую физическую природу. С учетом этих источников первое и третье уравнения Максвелла приобретают вид:

в интегральной форме

$$\oint \bar{H} d\bar{l} = i_n = i_{np} + i_{cm} + i^{cm} = \int_S \bar{\delta}_n d\bar{s} = \int_S \left( \bar{\delta}_{np} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{\delta}_s^{cm} \right) d\bar{s}, \quad (2.10)$$

$$\oint_L \bar{D} d\bar{s} = \sum q = \int_V (\rho + \rho_s^{cm}) dv, \quad (2.11)$$

в дифференциальной форме

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{\delta}_n = \bar{\delta}_{np} + \bar{\delta}_{cm} + \bar{\delta}_s^{cm}, \quad (2.12)$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho + \rho_s^{cm}. \quad (2.13)$$

Система уравнений Максвелла (2.8) при замене первого и третьего уравнений на (2.11) и (2.12) носит название **полной несимметричной системы**.

#### Сторонние магнитные силы

Для целого ряда практических приложений уравнений Максвелла удобно ввести, по аналогии с электрическими, фиктивные, сторонние магнитные токи и заряды.

Используют:

- вектор плотности стороннего магнитного тока  $\bar{\delta}_m^{cm}$ , в системе СИ размерностью В/м<sup>2</sup> м;
- объемную плотность стороннего магнитного заряда  $\bar{\rho}_m^{cm}$ , в системе СИ размерностью В сек/м<sup>3</sup> м.

По аналогии же с электрическими токами и зарядами, для магнитных токов и зарядов можно записать уравнение непрерывности (смотри 2.9):

$$\operatorname{div} \bar{\delta}_m^{cm} = -\frac{\partial \rho_m^{cm}}{\partial t}. \quad (2.14)$$

Нужно иметь в виду, что в природе магнитных зарядов одного знака не существует, однако магнитные диполи могут быть уподоблены диполям электрическим. Введение фиктивных магнитных токов и зарядов позволяет записать второе и четвертое уравнения Максвелла:

в интегральной форме

$$\oint \bar{E} d\bar{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int (\bar{B} - \bar{\delta}_m^{cm}) d\bar{s}, \quad (2.15)$$

$$\int \bar{B} d\bar{s} = \rho_m^{cm}, \quad (2.16)$$

в дифференциальной форме

$$\text{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - \bar{\delta}_m^{cm}, \quad (2.17)$$

$$\text{div} \bar{B} = \rho_m^{cm}. \quad (2.18)$$

Система уравнений Максвелла с учетом сторонних сил электрического магнитного типов (2.11), (2.13), (2.17), (2.18) называется **полной симметричной системой**.

#### 2.4 Система уравнений Максвелла в комплексной форме

Для анализа гармонических электродинамических процессов, оказывается удобным использовать символический метод представления исследуемых величин. При этом уравнения Максвелла существенно упрощаются по форме записи и принимают вид:

$$\begin{aligned} \text{rot} \dot{\bar{H}} &= \dot{\bar{\delta}}_n = \dot{\bar{\delta}}_{np} + \dot{\bar{\delta}}_{cm} + \dot{\bar{\delta}}_3 = \dot{\bar{\delta}}_{np} + j\omega \dot{\bar{D}} + \dot{\bar{\delta}}_3^{cm}, \\ \text{rot} \dot{\bar{E}} &= -j\omega \dot{\bar{B}} + \dot{\bar{\delta}}_m^{cm}, \\ \text{div} \dot{\bar{D}} &= \dot{\rho} + \dot{\rho}_m^{cm}, \\ \text{div} \dot{\bar{B}} &= \dot{\rho}_m^{cm}, \end{aligned} \quad (2.19)$$

где  $\omega$  – частота гармонического процесса.

В выражениях (2.19), по отношению к исходным уравнениям с временной зависимостью  $e^{j\omega t}$ . выполнена процедура дифференцирования по времени и проведено сокращение на множитель  $e^{j\omega t}$ .

При гармонической зависимости от времени в уравнениях Максвелла операция дифференцирования по времени заменяется умножением на постоянный множитель  $j\omega$ .

#### 2.5 Диэлектрическая проницаемость среды

##### Классификация сред

Если в первом уравнении системы (2.19) произвести замену вектора плотности тока проводимости  $\bar{\delta}_{np}$  и вектора электрической индукции  $\bar{D}$  через величины, входящие в материальные уравнения (2.18) и (2.19), то оно переписется в виде:

$$\text{rot} \dot{\bar{H}} = \dot{\bar{\delta}}_n = \dot{\bar{\delta}}_{np} + \dot{\bar{\delta}}_{cm} + \dot{\bar{\delta}}_3 = \gamma \dot{\bar{E}} + j\omega \xi_a \dot{\bar{E}} + \dot{\bar{\delta}}_3^{cm}.$$

После преобразований в правой части этого уравнения, можно записать:

$$\text{rot} \dot{\bar{H}} = \dot{\bar{\delta}}_n = j\omega \xi_a \dot{\bar{E}} + \dot{\bar{\delta}}_3^{cm}, \quad (2.20)$$

где  $\dot{\xi}_a = \xi_{a1} - j\xi_{a2}$  – абсолютная комплексная диэлектрическая проницаемость

$$\xi_{a1} = \xi_a, \quad \xi_{a2} = \frac{\gamma}{\omega}.$$

Введение понятия комплексной диэлектрической проницаемости среды позволяет не только использовать известные решения уравнений Максвелла, полученные для диэлектрических сред, в средах полупроводящих и проводящих, но и провести более строгую классификацию сред по проводимости. Поскольку вещественная часть диэлектрической проницаемости характеризует величину плотности токов смещения, а мнимая ее часть – токов проводимости, то при:

- $\varepsilon_{a1} \gg \varepsilon_{a2}$  – среда является диэлектриком;
- $\varepsilon_{a1} \cong \varepsilon_{a2}$  – полупроводником;
- $\varepsilon_{a1} \ll \varepsilon_{a2}$  – проводником.

Одна и та же среда на различных частотах электромагнитных колебаний может проявлять себя различным образом (при этом имеется в виду, что  $\varepsilon$  и  $\gamma$  постоянны).

Для полной характеристики материалов (сред) достаточно задать величину диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_a$  и тангенс угла диэлектрических потерь –  $tg\delta$ :

$$tg\delta = \frac{\xi_{a2}}{\xi_{a1}} = \frac{\gamma}{\omega\xi_a}, \quad (2.21)$$

$$\dot{\xi}_a = \xi_a (1 - jtg\delta). \quad (2.22)$$

## 2.6 Теорема вектора Пойнтинга в комплексной форме. Характеристические сопротивления в средах без потерь и с потерями

Источники поля (сторонние токи и заряды) сообщают свою энергию электромагнитному полю, при этом она может преобразовываться в другие формы (тепловая, химическая), переноситься в другие области пространства, запасаться полем. Уравнение баланса в свернутом виде можно записать следующим образом:

$$P^{cm} = P_m - P_{uz} + P_n, \quad (2.23)$$

где  $P^{cm}$  – мощность, выделяемая сторонними источниками;

$P_m$  – мощность тепловых потерь;

$P_{uz}$  – мощность, запасенная электромагнитным полем;

$P_n$  – мощность, переносимая в другие области пространства.

Методом математических преобразований получается уравнение, представляющее дифференциальную форму теоремы Умова-Пойнтинга скалярным умножением всех членов первого и второго уравнений Максвелла на векторы  $\bar{E}$ ,  $\bar{H}$  соответственно преобразует это уравнение к виду:

$$\begin{aligned} & -\int_V (\bar{\delta}_s^{cm} \bar{E} + \bar{\delta}_s^{cm} \bar{H}) dv = \\ & = \int_V \gamma E^2 dv + \int_V \left( \bar{E} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} + \bar{H} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right) dv + \oint_S (\bar{E} \times \bar{H}) d\bar{s}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

где последнее слагаемое в правой части получено при использовании теоремы Гаусса-Остроградского.

Выражение (2.24) является математической записью теоремы Умова-Пойнтинга. Философское сопоставление уравнений (2.24) и (2.23) позволяет предположить, что они идентичны. Подынтегральное выражение во втором слагаемом правой части (2.24) можно преобразовать к виду:

$$\begin{aligned} \bar{E} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon_a \frac{E^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial t} W_e, \\ \bar{H} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left( \mu_a \frac{H^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial t} W_m, \end{aligned}$$

где  $\varepsilon_a \frac{E^2}{2}$  – плотность энергии электрического поля,

$\mu_a \frac{H^2}{2}$  – плотность энергии магнитного поля.

Рассмотренное выражение эквивалентно третьему слагаемому (2.23). Подынтегральное выражение в третьем слагаемом правой части (2.24) является вектором, размерность ВА/м<sup>2</sup> характеризует его как плотность потока мощности. Вектор Пойнтинга определяет величину и направление потока электромагнитной энергии. Это слагаемое эквивалентно второму слагаемому (2.23).

Таким образом, представлено философское значение, электромагнитного поля.

### 3. РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН. ПОТЕНЦИАЛЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Решение задач электродинамики с помощью уравнений Максвелла сводится обычно к решению волновых уравнений, которые являются дифференциальными уравнениями в частных производных второго порядка.

На практике применяются три вида волновых уравнений:

- для векторов поля  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ;
- для электродинамических потенциалов  $\vec{A}$ ,  $U$ ,  $U$ ;
- для вектора Герца  $\vec{G}$ .

#### 3.1 Волновые уравнения для векторов электромагнитного поля

В случае линейной, однородной, полупроводящей среды при наличии сторонних источников только электрического типа волновые уравнения для векторов поля могут быть получены на основе соответствующим образом записанных уравнений Максвелла в виде:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_a \gamma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \mu_a \frac{\partial \vec{\delta}_s^{cm}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon_a} \text{grad} \rho_s^{cm}, \quad (3.1)$$

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu_a \gamma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\text{rot} \vec{\delta}_s^{cm}. \quad (3.2)$$

В этих выражениях все обозначения соответствуют обозначениям, введенным ранее в разделе 1.

Уравнения (3.1), (3.2) являются векторными, волновыми, обобщенными, неоднородными уравнениями. В диэлектрической среде при  $\gamma = 0$  третье слагаемое в левой части равно нулю, уравнения упрощаются и превращаются в уравнения Даламбера. Если в рассматриваемой области пространства отсутствуют сторонние источники то правые части обращаются в нуль и уравнения становятся однородными  $\vec{\delta}_s^{cm}$ ,  $\rho_s^{cm} = 0$ .

#### 3.2 Волновые уравнения для электродинамических потенциалов

Принято использовать векторный и скалярный электродинамические потенциалы – соответственно  $\vec{A}$ ,  $U$ . При тех же условиях, что и в предыдущем разделе, на основе той же системы уравнений Максвелла можно получить волновые уравнения для рассматриваемых потенциалов:

$$\nabla^2 \vec{A} - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \mu_a \gamma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\mu_a \vec{\delta}_s^{cm}, \quad (3.3)$$

$$\nabla^2 U - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \mu_a \gamma \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\rho_s^{cm}}{\varepsilon_a}. \quad (3.4)$$

Уравнение (3.3) так же, как и уравнения (3.1) и (3.2) является векторным, волновым, обобщенным неоднородным уравнением. Уравнение же (3.4) является скалярным, волновым, обобщенным неоднородным уравнением.

При  $\gamma = 0$  они оба превращаются в уравнения Даламбера, а в случае  $\vec{\delta}_s^{cm} = \rho_s = 0$  – в однородные волновые уравнения.

Необходимо, решить уравнения связывающие векторы поля с электродинамическими потенциалами:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_a} \text{rot} \vec{A}, \quad (3.5)$$

$$\vec{E} = -\text{grad} U - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}. \quad (3.6)$$

Эти уравнения получаются из уравнений Максвелла при введении электродинамических потенциалов. Ввиду того, что процедура введения электродинамических потенциалов допускает некоторый произвол, то волновые уравнения 2.3–2.4 обычно дополняют калибровочным соотношением:

$$\operatorname{div} \bar{A} + \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial U}{\partial t} + \mu_a \gamma U = 0, \quad (3.7)$$

устанавливающим связь между введенными потенциалами.

### Волновое уравнение для вектора Герца

Вектор Герца вводится так, что его связь с векторным и скалярным потенциалами имеет следующий вид:

$$U = -\frac{1}{\varepsilon_a} \operatorname{div} \bar{\Gamma}, \quad (3.8)$$

$$\bar{A} = \mu_a \frac{\partial \bar{\Gamma}}{\partial t} + \frac{\gamma \mu_a}{\varepsilon_a} \bar{\Gamma}. \quad (3.9)$$

Подстановка в волновое уравнение (3.8) либо (3.9) позволяет получить векторное, волновое, обобщенное неоднородное уравнение для вектора Герца:

$$\nabla^2 \bar{\Gamma} - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 \bar{\Gamma}}{\partial t^2} - \mu_a \gamma \frac{\partial \bar{\Gamma}}{\partial t} = -\bar{P}^{cm}, \quad (3.10)$$

где  $\bar{P}^{cm}$  определяется из уравнения

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} + \frac{\gamma}{\varepsilon} \bar{P}^{cm} = \delta_s^{cm} \quad (3.11)$$

и имеет смысл удельного электрического момента сторонних токов. Решение (3.10) дает возможность найти вектор Герца; векторы электромагнитного поля могут быть определены непосредственно через вектор Герца с помощью соотношений:

$$\bar{E} = \frac{1}{\mu_a} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{\Gamma} - \frac{\bar{P}^{cm}}{\varepsilon_a}, \quad (3.12)$$

$$\bar{H} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\gamma}{\varepsilon_a} \right) \operatorname{rot} \bar{\Gamma}. \quad (3.13)$$

### 3.3 Волновые уравнения в комплексной форме

В случае гармонических монохроматических волн, уравнения можно упростить путем использования символического метода. После введения комплексных величин и сокращения множителя  $\exp(j\omega t)$ , опуская индекс «m» можно получить:

для векторов поля

$$\nabla^2 \dot{\bar{E}} + \dot{\kappa}^2 \dot{\bar{E}} = \frac{1}{\varepsilon_a} \operatorname{grad} \dot{\rho}_s^{cm} + j\omega \mu_a \dot{\delta}_s^{cm}, \quad (3.14)$$

$$\nabla^2 \dot{\bar{H}} + \dot{\kappa}^2 \dot{\bar{H}} = -\operatorname{rot} \dot{\delta}_s^{cm}, \quad (3.15)$$

где  $\dot{\kappa} = \omega \sqrt{\dot{\varepsilon}_a \mu_a}$  – комплексная постоянная распространения (комплексное волновое число) для электродинамических потенциалов

$$\nabla^2 \dot{\bar{A}} + \dot{\kappa}^2 \dot{\bar{A}} = -\mu_a \dot{\delta}_s^{cm}, \quad (3.16)$$

$$\nabla^2 \dot{U} + \dot{\kappa}^2 \dot{U} = -\frac{1}{\varepsilon_a} \dot{\rho}_s^{cm}. \quad (3.17)$$

В рассматриваемом случае гармонических полей необходимость в решении волнового уравнения для скалярного потенциала отпадает, поскольку он может быть найден из калибровочного соотношения:

$$\dot{U} = -\frac{1}{j\omega \mu_a \varepsilon_a} \operatorname{div} \dot{\bar{A}}. \quad (3.18)$$

Более того, векторы поля в этом случае могут быть найдены из (3.5) и первого уравнения Максвелла только через векторный потенциал:

$$\dot{\vec{H}} = \frac{1}{\mu_a} \text{rot} \dot{\vec{A}}, \quad (3.19)$$

$$\dot{\vec{E}} = \frac{1}{j\omega \dot{\epsilon}_a} \text{rot} \dot{\vec{H}} = \frac{1}{j\omega \dot{\epsilon}_a \mu_a} \text{rot rot} \dot{\vec{A}} \quad \text{при } \dot{\vec{\delta}}_3^{cm} = 0 \quad (3.20)$$

для вектора Герца

$$\nabla^2 \dot{\vec{\Gamma}} + k^2 \dot{\vec{\Gamma}} = -\frac{\dot{\epsilon}_a}{j\omega \dot{\epsilon}_a} \dot{\vec{\delta}}_3^{cm}. \quad (3.21)$$

Решение этого уравнения практически не отличается от решения уравнения для векторного потенциала.

## 4. ПЛОСКИЕ ВОЛНЫ

Распространяющееся в пространстве электромагнитное поле принято называть **электромагнитной волной**.

Если векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  электромагнитной волны изменяются во времени по гармоническому закону, то она называется гармонической. Различают плоские, сферические, цилиндрические и другие волны. Простейшими из них являются плоские волны.

**Плоской называется волна, у которой поверхности равных фаз – параллельные плоскости.**

Если поверхности равных амплитуд плоской волны совпадают с поверхностями равных фаз, то такая волна называется **однородной**.

В однородной плоской волне векторы,  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  изменяются в пространстве только вдоль одного направления, перпендикулярного фазовому фронту этой волны и совпадающего с направлением ее распространения.

Плоская волна, в которой поверхности равных амплитуд не плоскости или плоскости, не совпадающие с поверхностями равных фаз, называется **неоднородной**.

Кроме того, любую электромагнитную волну можно представить в виде суммы элементарных плоских волн, что в ряде случаев существенно упрощает анализ. Строго говоря, плоская волна – некая математическая абстракция!

### 4.1 Решение уравнений для плоской волны

Получим решение системы уравнений Максвелла, соответствующее гармонической, однородной плоской волне, распространяющейся в однородной среде с параметрами

$$\text{rot} \dot{\vec{H}} = j\omega \xi_a \dot{\vec{E}}.$$

Будем считать, что сторонние токи и сторонние заряды в рассматриваемой области пространства отсутствуют. При принятых

допущениях первое и второе уравнения Максвелла в комплексной форме будут выглядеть следующим образом:

$$\text{rot}\dot{\vec{H}} = j\omega\dot{\epsilon}_a\dot{\vec{E}}; \text{rot}\dot{\vec{E}} = -j\omega\mu_a\dot{\vec{H}}, \quad (4.1)$$

где  $\dot{\epsilon}_a = \epsilon_a - j\gamma / \omega$  – комплексная диэлектрическая проницаемость.

Совместим ось  $Oz$  декартовой системы координат с направлением, вдоль которого изменяются векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , т. е. с направлением распространения волны. Тогда частные производные этих векторов по пространственным переменным  $x$  и  $y$  будут равны нулю.

В этом случае продольные (вдоль оси  $Oz$ ) составляющие векторов  $\text{rot}\dot{\vec{H}}$  и  $\text{rot}\dot{\vec{E}}$  оказываются равными нулю, а значит (см. уравнение 4.1) окажутся равными нулю и продольные составляющие векторов  $\vec{E}$ , и  $\vec{H}$ :

$$\begin{aligned} \text{rot}_z\dot{\vec{H}} &= \partial H_y / \partial x - \partial H_x / \partial y = j\omega\dot{\epsilon}_a\dot{E}_z = 0, \\ \text{rot}_z\dot{\vec{E}} &= \partial E_y / \partial x - \partial E_x / \partial y = -j\omega\mu_a\dot{H}_z = 0. \end{aligned}$$

Так как составляющие векторов  $\vec{E}$ , и  $\vec{H}$  плоской однородной волны, параллельны направлению ее распространения, равны нулю  $\vec{E}_z = \vec{H}_z = 0$ , то волна является поперечной – т. е. волной, векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , которой целиком лежат в плоскости ее фазового фронта.

В принятой системе координат отличными от нуля могут быть только составляющие  $E_x$ ,  $H_x$ ,  $E_y$ ,  $H_y$  этих векторов. Поперечные волны обозначаются символом  $T$ , принятым, для краткости, вместо применявшегося ранее символа  $TEM$  (*transverse electromagnetic*).

От уравнений (4.1) можно легко перейти к волновому уравнению для комплексной амплитуды вектора  $\vec{E}$ , которое в рассматриваемом случае  $\bar{\delta}_{cm} = \rho_{cm} = 0$  будет однородным:

$$\nabla^2\dot{\vec{E}} + \dot{k}^2\dot{\vec{E}} = 0, \quad (4.2)$$

где  $\dot{k}$  – комплексное волновое число, которое может быть найдено следующим образом (см. 3.14, 3.15):

$$\dot{k}^2 = \omega^2\epsilon_a\mu_a - j\omega\gamma\mu_a. \quad (4.3)$$

Рассмотрим плоскую волну, в которой векторы  $\vec{E}$ , и  $\vec{H}$  в каждой точке пространства изменяются во времени вдоль одного направления (линейно поляризованная волна). Совместив ось  $Ox$  с направлением, вдоль которого изменяется вектор  $\vec{E}$ , будем иметь  $E_y = 0$ . В этом случае вектор  $\vec{E}$  будет иметь только одну составляющую  $E_x$ :

$$\dot{\vec{E}} = \dot{E}_x \cdot X_0.$$

При этом трехмерное волновое уравнение в частных производных (4.2) переходит в одномерное волновое уравнение относительно составляющей  $\dot{E}_x$  представляющее собой обыкновенное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$S, \quad d\dot{l} = d^2\dot{E}_x / dz^2 + \dot{k}^2\dot{E}_x = 0. \quad (4.4)$$

Общее решение такого уравнения хорошо известно и может быть представлено в следующем виде (сравнение с уравнением 3.1):

$$\dot{E}_x = E_0^{nao} \exp(-jkz) + E_0^{omp} \exp(jkz), \quad (4.5)$$

где комплексные в общем случае величины  $E_0^{nao}$  и  $E_0^{omp}$  являются постоянными интегрирования.

Положим

$$E_0^{nao} = E_0^{nao} \exp(j\Psi^{nao}); \quad E_0^{omp} = E_0^{omp} \exp(j\Psi^{omp}). \quad (4.6)$$

Имея решение для вектора  $\bar{E}$ , значение вектора  $\bar{H}$  можно найти из второго уравнения Максвелла:

$$\dot{\bar{H}} = -\text{rot}\dot{\bar{E}} / j\omega\mu_a.$$

Подставив сюда  $\dot{\bar{E}} = \dot{E}_x \cdot \bar{x}_0$ , получим:

$$\dot{\bar{H}} = -(1 / j\omega\mu_a) dE_x / dz \cdot \bar{y}_0 = \dot{H}_y \cdot y_0,$$

откуда, принимая во внимание (4.5) и (4.3), находим

$$\begin{aligned} \dot{H}_y &= (k / \mu_a) (\dot{E}_0^{nao} \exp(-jkz) - E_0^{omp} \exp(jkz)) = \\ &= \sqrt{\dot{\epsilon}_a / \mu_a} (\dot{E}_0^{nao} \exp(-jkz) - E_0^{omp} \exp(jkz)). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Проведенные вычисления показывают, что вектор  $\bar{H}$  имеет только одну составляющую, параллельную оси 0., Следовательно, векторы  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$  в плоской однородной волне взаимно перпендикулярны (ортогональны).

Введя в рассмотрение новую величину

$$\dot{Z}_0 = \sqrt{\mu_a / \epsilon_a}, \quad \text{Ом}. \quad (4.8)$$

запишем общее решение системы уравнений Максвелла для однородной линейно поляризованной плоской волны в окончательном виде:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{E}} &= \dot{E}_x \cdot \bar{x}_0 = \\ &= (\dot{E}_0^{nao} \exp(-jkz) + E_0^{omp} \exp(jkz)) \cdot \bar{x}_0 = \dot{\bar{E}}^{nao} + \dot{\bar{E}}^{omp}; \\ \dot{\bar{H}} &= \dot{H}_y \cdot y_0 = \\ &= (1 / Z_0) (\dot{E}_0^{nao} \exp(-jkz) - E_0^{omp} \exp(jkz)) \cdot \bar{y}_0 = \dot{\bar{H}}^{nao} + \dot{\bar{H}}^{omp}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

где символами  $\dot{\bar{E}}^{nao}$  и  $\dot{\bar{H}}^{nao}$  обозначено первое частное решение, а символами  $\dot{\bar{E}}^{omp}$  и  $\dot{\bar{H}}^{omp}$  – второе.

Величину  $\dot{Z}_0$ , имеющую размерность сопротивления, называют **характеристическим сопротивлением плоской волны**. Согласно (4.9) характеристическое сопротивление равно отношению комплексных амплитуд векторов напряженности электрического и магнитного полей в падающей и отраженной волнах соответственно:

$$\dot{Z}_0 = \dot{E}^{nao} / \dot{H}^{nao} = -E^{omp} / H^{omp}. \quad (4.10)$$

## 4.2 Распространение плоских волн в различных средах

### Плоские волны в идеальном диэлектрике.

В случае идеального диэлектрика при  $\gamma = 0$  характеристическое сопротивление  $Z_0$  и волновое число  $k$  являются вещественными величинами. Учитывая это, перейдем от комплексных амплитуд к мгновенным значениям векторов  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$ .

Для этого умножим выражения (4.9) на  $\exp(j\omega t)$  и возьмем от полученных произведений вещественные части. В результате, с учетом равенства (4.6), будем иметь:

$$\begin{aligned}
E(z,t) &= E^{nao}(z,t) + E^{omp}(z,t) = \\
&= E_0^{nao} \cos(\omega t - kz + \Psi^{nao}) + \\
&\quad + E_0^{omp} \cos(\omega t + kz + \Psi^{omp}); \\
H(z,t) &= H^{nao}(z,t) + H^{omp}(z,t) = \\
&= (1/Z_0)(E_0^{nao} \cos(\omega t - kz + \Psi^{nao}) - \\
&\quad - E_0^{omp} \cos(\omega t + kz + \Psi^{omp})),
\end{aligned} \tag{4.11}$$

где  $Z_0 = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a}$ .

Первые слагаемые в этих выражениях определяют волну, распространяющуюся в положительном направлении оси  $Oz$ . Действительно, если время  $t$  будет возрастать, то для того, чтобы значение косинуса было постоянным, необходимо, чтобы его аргумент (фаза волны) также оставался постоянным:

$$\omega t - kz + \Psi^{nao} = const. \tag{4.12}$$

Условие (4.12), дифференцируя его по времени, получаем:

$$\omega - k(dz/dt) = 0,$$

откуда скорость перемещения поверхности равных фаз  $V$  будет равна:

$$V = dz/dt = \omega/k. \tag{4.13}$$

Эту скорость называют **фазовой скоростью плоской однородной волны**.

Для идеального диэлектрика  $k = \omega\sqrt{\varepsilon_a\mu_a}$  и фазовая скорость в нем зависит только от параметров среды:

$$V = 1/\sqrt{\varepsilon_a\mu_a}. \tag{4.14}$$

Волну, распространяющуюся в положительном направлении оси  $Oz$ , называют **падающей**.

Вторые слагаемые в формулах (4.11) определяют волну, распространяющуюся в отрицательном направлении оси  $Oz$  с той же фазовой скоростью  $V$ , называют **отраженной волной**.

В выражениях (4.11)  $E_0^{nao}$  и  $E_0^{omp}$  – амплитуды векторов напряженности электрического поля в падающей и отраженной волнах соответственно, а  $\Psi^{nao}$  и  $\Psi^{omp}$  – их начальные фазы, т. е. фазы в сечении  $z_0 = 0$  при  $t = 0$ .

Эти величины, будучи постоянными интегрирования, могут быть определены только из граничных условий – заданных значений векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  на какой-либо плоскости  $z = const$ .

В идеальном диэлектрике амплитуды векторов поля в падающей и отраженной волнах не изменяются с изменением параметра  $z$ , т. е. волны распространяются без затухания.

Из выражений (4.11) следует, что зависимость векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  связана с временной переменной  $t$ . Причем в падающей волне векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  изменяются вдоль  $z$  синфазно, а в отраженной волне – противофазно.

Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  в обеих волнах ориентированы так, что в любом сечении  $z = const$  (вектор Пойнтинга  $\vec{P}$ ), равный векторному произведению  $\vec{E} \cdot \vec{H}$ , направлен в сторону распространения соответствующей волны.

На рис 4.1 изображены «картины поля» падающей и отраженной волн для фиксированного момента времени  $t_1$ .

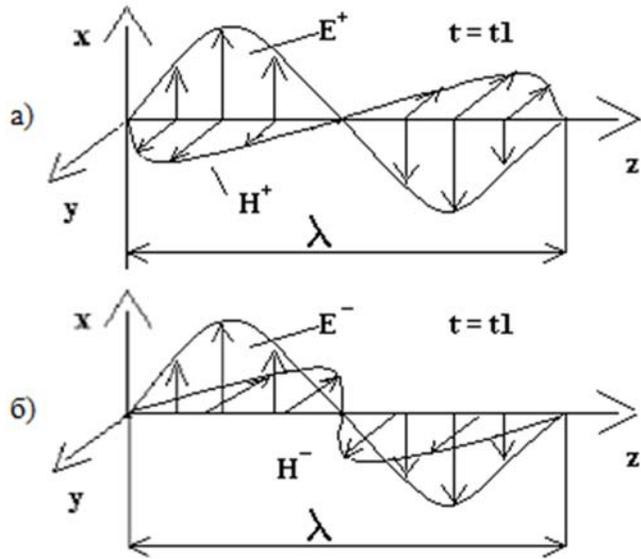


Рисунок 4.1 – Плоские волны в диэлектрике:  
а) падающая волна; б) отраженная волна

С течением времени эти картины перемещаются вдоль оси  $Oz$  навстречу друг другу с фазовой скоростью  $-V$ . При этом в любой плоскости  $z = const$  напряженности электрического и магнитного полей изменяются во времени по гармоническому закону с временным периодом  $T$ :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (4.15)$$

где  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ , Гц – частота

Пространственный период изменения поля вдоль оси  $Oz$ , определяемый как расстояние, на котором фаза в фиксированный момент времени изменяется на  $2\pi$ , называется **длиной волны**  $\lambda$ .

По определению  $k\lambda = 2\pi$ , откуда

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}. \quad (4.16)$$

С учетом формул (4.13) и (4.15) получаем

$$\lambda = \frac{2\pi V}{\omega} = \frac{V}{f} = V \cdot T, \quad (4.17)$$

т. е. длину волны можно трактовать как расстояние, которое волна, двигаясь с фазовой скоростью  $V$ , проходит за промежуток времени, равный одному периоду колебаний  $T$ .

Из выражений (4.15) и (4.16) следует:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T}, \text{ радиан / ед. времени;} \\ k &= \frac{2\pi}{\lambda}, \text{ радиан / ед. длины.} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Следовательно, физический смысл волнового числа  $k$  как величины, определяющей частоту волнового процесса в пространстве («пространственная частота»), подобно тому как круговая частота  $\omega$  определяет частоту волнового процесса во времени.

Если  $\omega$  показывает на сколько радиан изменяется фаза за единицу времени (например, за секунду) в плоскости  $z = const$ , то  $k$  показывает на сколько радиан она изменяется на единице пути (например, на пути в один метр) в фиксированный момент времени.

### Плоские волны в поглощающей среде.

Все реальные среды в той или иной мере обладают проводимостью. Если удельная проводимость среды  $\gamma \neq 0$  то, формально,

диэлектрическая проницаемость, характеристическое сопротивление и волновое число становятся комплексными величинами:

$$\varepsilon_a = \varepsilon'_a + j\varepsilon''_a = \varepsilon_a + j\gamma / \omega = |\dot{\varepsilon}_a| \exp(-j\delta), \quad (4.19)$$

где  $\delta = \arctg\left(\frac{\gamma}{\omega\varepsilon_a}\right)$  – угол электрических потерь.

$$\dot{Z}_0 = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a} = |Z_0| \exp(j\varphi_0). \quad (4.20)$$

$$\dot{k} = \omega \cdot \sqrt{\dot{\varepsilon}_a \mu_a} = \beta - j\alpha; j\dot{k} = \alpha + j\beta. \quad (4.21)$$

В этом случае мгновенные значения векторов напряженности электрического и магнитного полей плоской волны в соответствии с (4.9) окажутся равными:

$$\begin{aligned} E(z, t) = & E_0^{nao} \cdot \exp(-\alpha z) \cdot \cos(\omega t - \beta z + \Psi^{nao}) + \\ & + E_0^{omp} \cdot \exp(\alpha z) \cdot \cos(\omega t + \beta z + \Psi^{omp}); \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} H(z, t) = & \left[ 1 / |\dot{Z}_0| \right] \cdot \\ & \cdot \begin{bmatrix} E_0^{nao} \cdot \exp(-\alpha z) \cdot \cos(\omega t - \beta z + \Psi^{nao} - \varphi_0) - \\ - E_0^{omp} \cdot \exp(\alpha z) \cdot \cos(\omega t + \beta z + \Psi^{omp} - \varphi_0) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Эти выражения отличаются от аналогичных формул (4.11) для плоской волны в идеальном диэлектрике.

Для плоской волны, распространяющейся в идеальном диэлектрике,  $k = \beta$  в проводящей среде, коэффициент фазы  $\beta$  связан с длиной волны  $\lambda$ , фазовой скоростью  $V$  и круговой частотой  $\omega$  такими же соотношениями, какими связано с этими параметрами

волновое число  $k$  плоской однородной волны, распространяющейся в идеальном диэлектрике:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{V}. \quad (4.23)$$

В то же время, значения  $\lambda$  и  $V$  для плоской волны, распространяющейся в идеальном диэлектрике и в проводящей среде при одной и той же частоте колебаний, отличаются друг от друга.

Вычислим величины  $\varphi_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $V$ ,  $\lambda$  для плоской волны, распространяющейся в проводящей среде. Воспользовавшись показательной формой записи комплексной диэлектрической проницаемости (4.19) и выражением (4.20), имеем:

$$\dot{Z}_0 = \sqrt{\frac{\mu_a}{\dot{\varepsilon}_a}} = |Z_0| \cdot \exp(j\varphi_0) = \sqrt{\frac{\mu_a}{|\varepsilon_a|}} \exp\left(\frac{j\delta}{2}\right), \quad (4.24)$$

где  $\varphi_0 = \frac{\delta}{2}$ .

Так как  $\delta = \arctg\frac{\gamma}{\omega\varepsilon_a}$  (см. 4.19), видим, что угол  $\varphi_0$  возрастает с увеличением удельной электрической проводимости среды  $\gamma$  и при ее изменении от 0 (идеальный диэлектрик) до  $\infty$  (идеальный проводник) изменяется от 0 до  $\pi/4$ . Коэффициенты затухания  $\alpha$  и фазы  $\beta$  определим с помощью выражений (4.3) и (4.21), согласно которым

$$\omega^2 \varepsilon_a \mu_a - j\omega\gamma\mu_a = (\beta - j\alpha)^2.$$

Приравнивая вещественные и мнимые части левой и правой сторон полученного выражения и решая полученную в результате этого систему из двух уравнений, имеем

$$\alpha^2 = 0,5 \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_a \cdot \mu_a \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} \right)^2} - 1 \right). \quad (4.25)$$

$$\beta^2 = 0,5 \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_a \cdot \mu_a \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} \right)^2} + 1 \right). \quad (4.26)$$

В соответствии с формулами (4.23) и (4.26), в проводящей среде фазовая скорость  $V$  будет равна:

$$V = \frac{\omega}{\beta} = \left( \frac{2}{\varepsilon_a \mu_a} \left( \sqrt{1 + \left( \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a} \right)^2} + 1 \right) \right)^{0,5}.$$

Видим, что она зависит от  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$ , удельной проводимости среды  $\gamma$ , частоты волнового процесса  $\omega$ . При  $\gamma = 0$  приходим к уже известному результату

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}.$$

В проводящей среде фазовая скорость всегда меньше, чем в диэлектрике с теми же значениями параметров  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$ , и при неизменной частоте убывает с увеличением удельной электрической проводимости  $\gamma$ . Соответственно уменьшается и длина волны  $\lambda$ , которая равна  $V / f$ .

При увеличении частоты фазовая скорость в проводящей среде возрастает, стремясь в пределе при  $\omega \rightarrow \infty$  к скорости  $V = 1 / \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$  в идеальном диэлектрике.

В другом предельном случае  $\omega \rightarrow \infty$  имеем  $V \rightarrow 0$  – электромагнитная волна вырождается в постоянное поле.

Зависимость фазовой скорости от частоты называется **дисперсией**.

Среды, в которых имеет место дисперсия, называются **диспергирующими**.

Значит, каждая проводящая среда является диспергирующей. В диэлектриках при достаточно высоких частотах также может иметь место дисперсия, возникающая за счет того, что параметры  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$  среды начинают зависеть от частоты.

Наличие дисперсии приводит к искажениям передаваемых с помощью электромагнитных волн сигналов, так как в диспергирующей среде составляющие спектра сигнала распространяются с различными скоростями и по-разному затухают.

### Плоские волны в хорошо проводящей среде

В хорошо проводящей среде (например, в металлах) выполняется соотношение  $\gamma \gg \omega \varepsilon_a$ . Следовательно, в формулах (4.25) и (4.26) можно в подкоренных выражениях пренебречь единицей по сравнению со слагаемым  $(\gamma / \omega \varepsilon_a)^2$ . В результате, расчетные формулы для  $\alpha$  и  $\beta$  приобретают следующий вид:

$$\alpha \approx \sqrt{\omega \gamma \mu_a / 2}; \quad \beta \approx \sqrt{\omega \gamma \mu_a}. \quad (4.27)$$

Фазовая скорость плоской волны, распространяющейся в хорошем проводнике, при тех же приближениях будет равна

$$V \approx \sqrt{2\omega / \gamma \mu_a}. \quad (4.28)$$

### Поверхностный эффект в проводниках

В хороших проводниках электрическая проводимость  $\gamma$  и коэффициент затухания  $\alpha$  очень велики, поэтому электромагнитное поле может проникать вглубь проводника только на небольшое расстояние.

Особенно резко уменьшение амплитуд векторов  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$  по мере проникновения поля в проводник проявляется на высоких и сверхвысоких частотах, где этому явлению дано специальное название – «поверхностный эффект», и для его количественной характеристики введен специальный параметр – «глубина проникновения поля в проводник», или сокращенно – «глубина проникновения»  $\Delta$ .

Под глубиной проникновения понимается такое расстояние  $\Delta$ , на котором амплитуды векторов электрического и магнитного поля проникающей в проводник волны убывают в « $e$ » раз, где  $e$  – основание натурального логарифма 2,718.

Так как  $|E(z,t)| = E_0 \exp(-az)$ , то очевидно, что  $\Delta = 1/a$ . С учетом выражения (4.27) получаем:

$$\Delta = \sqrt{2 / \omega \gamma \mu_a}. \quad (4.29)$$

Величина  $\Delta$  для металлов ничтожно мала. Например, для меди  $\gamma = 5 \cdot 10^7$  См/м на частоте 1 МГц она оказывается равной 0,07 мм, а на частоте 1 ГГц составляет всего 0,002 мм!

Так как на глубине, равной нескольким  $\Delta$ , можно считать поле практически полностью затухшим, то очевидно, что при достаточно высоких частотах электромагнитное поле может проникнуть извне лишь в очень тонкий поверхностный слой металла.

В предельном случае, когда удельная электрическая проводимость среды  $\gamma \rightarrow \infty$ , фазовая скорость плоской волны  $V \rightarrow 0$ , коэффициент затухания  $\alpha \rightarrow \infty$ , а глубина проникновения  $\Delta \rightarrow 0$ .

Отсюда следует важный вывод, заключающийся в том, что **в идеально проводящей среде переменное электромагнитное поле существовать не может!**

### Поляризация плоских волн

До сих пор мы рассматривали только линейно поляризованные плоские волны, причем для упрощения математических

выкладок совмещали ось  $Ox$  декартовой системы координат с вектором  $\bar{E}$  (плоскость поляризации волны совпадала с координатной плоскостью  $xOz$  выбранной системы координат).

Однако, в общем случае векторы  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$  плоской волны могут не совпадать с координатными плоскостями и иметь составляющие по осям  $Ox$  и  $Oy$ , причем начальные фазы составляющих  $\dot{E}_x$  и  $\dot{E}_y$  (также как и составляющих  $\dot{H}_z$  и  $\dot{H}_y$ ) могут быть равны или не равны друг другу:

$$\dot{\bar{E}} = \dot{E}_x \bar{x}_0 + \dot{E}_y \bar{y}_0; \quad \dot{\bar{H}} = \dot{H}_x \bar{x}_0 + \dot{H}_y \bar{y}_0. \quad (4.30)$$

Выражения для мгновенных значений составляющих  $E_x$  и  $E_y$  вектора  $\dot{\bar{E}}$  гармонической плоской волны, без индекса « $nad$ »:

$$\begin{aligned} E_x &= E_{0x} \cos(\omega t - kz + \Psi_x); \\ E_y &= E_{0y} \cos(\omega t - kz + \Psi_y). \end{aligned} \quad (4.31)$$

В плоскости  $z = const$  за время равное периоду колебаний конец вектора  $\bar{E}$  описывает замкнутую кривую, которая, в зависимости от соотношения амплитуд и начальных фаз его составляющих  $E_x$  и  $E_y$ , может вырождаться в прямую линию, а также быть окружностью или эллипсом. Соответственно, плоская волна будет иметь **линейную, круговую или эллиптическую поляризацию**. Рассмотрим каждую из них.

**Линейная поляризация** имеет место при любых соотношениях амплитуд составляющих  $E_x$  и  $E_y$  вектора  $\bar{E}$ , но при условии равенства их начальных фаз

$$E_{0x} = \text{или} \neq E_{0y}; \quad \Psi_x = \Psi_y = \Psi_0. \quad (4.32)$$

В этом случае угол  $\theta$ , определяющий наклон вектора  $\bar{E}$  к оси  $Oy$  с течением времени остается неизменным:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{E_x}{E_y} = \frac{E_{0x}}{E_{0y}} = \operatorname{const}, \quad (4.33)$$

а конец вектора  $\bar{E}$  очерчивает в плоскости  $z = \operatorname{const}$  прямую линию. Ориентация плоскости поляризации линейно поляризованной волны относительно координатных плоскостей  $zOx$  и  $zOy$  определяется отношением  $E_{0x} / E_{0y}$  и остается неизменной во времени.

Согласно (4.30) и считая, что оно дает разложение векторов  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$  плоской линейно поляризованной волны, распространяющейся в положительном направлении оси  $Oz$  декартовой системы координат, на составляющие, направленные вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  этой системы.

Анализ показывает, что в этом случае плоскую линейно поляризованную волну с векторами  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$  можно представить в виде суперпозиции (векторной суммы) двух независимых линейно поляризованных волн, распространяющихся в положительном направлении оси  $Oz$  – одну с векторами  $E_x \bar{x}_0$  и  $H_y \bar{y}_0$ , а другую с векторами  $E_y \bar{y}_0$  и  $H_x \bar{x}_0$ .

Плоскую линейно поляризованную волну можно представить в виде суммы двух линейно поляризованных плоских волн со взаимно перпендикулярными (ортогональными) плоскостями поляризации.

Амплитуда падающей и отраженной приведены в зависимости от координаты  $Z$  представлена на рисунке 4.2

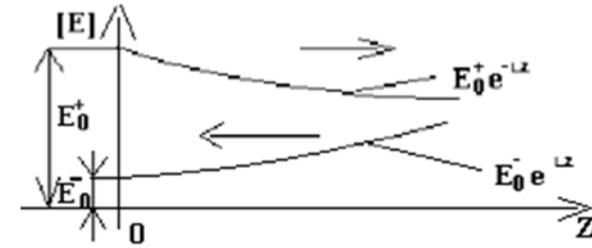


Рисунок 4.2 – Изменение амплитуды вектора  $\bar{E}$  в падающей и отраженной волнах в зависимости от координаты  $z$

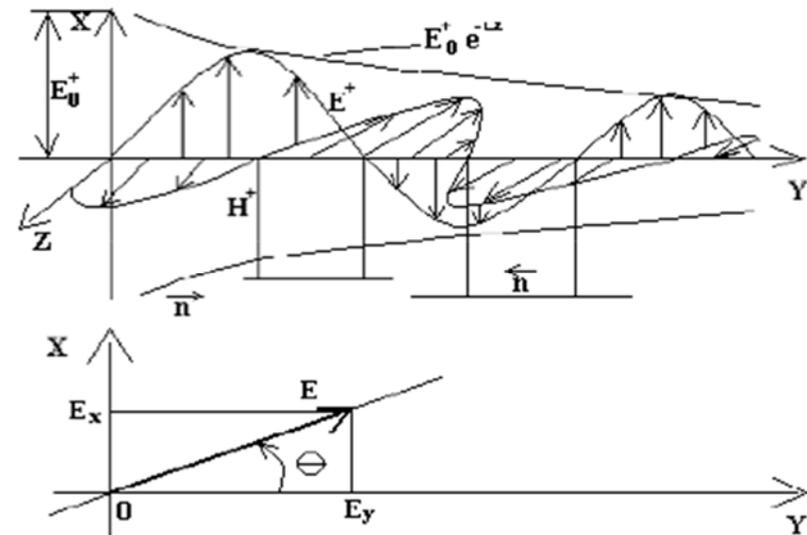


Рисунок 4.3 – Падающая плоская волна в поглощающей среде

Этот прием используется в электродинамике при решении задач прохождения плоских волн через границы разделов сред.

**Круговая поляризация** имеет место при равенстве амплитуд составляющих  $E_x$  и  $E_y$  вектора  $\vec{E}$  и при условии, что начальные фазы этих составляющих отличаются друг от друга на  $\pi/2$ :

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0; \psi_x = \psi_y \pm \frac{\pi}{2}. \quad (4.35)$$

В этом случае модуль вектора  $\vec{E}$  остается неизменным во времени, а угол  $\theta$  во времени изменяется:

$$\begin{aligned} |\vec{E}| &= (E_x^2 + E_y^2)^{0,5} = \\ &= \left[ E_0^2 \cos^2 \left( \omega t - kz + \psi_y \pm \frac{\pi}{2} \right) + E_0^2 \cos^2 (\omega t - kz + \psi_y) \right]^{0,5} = \\ &= E_0 = \text{const} \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\theta = \arctg \frac{E_x}{E_y} = \pm \arctg \left( \frac{\sin(\omega t - kz + \psi_y)}{\cos(\omega t - kz + \psi_y)} \right) \pm (\omega t - kz + \psi_y). \quad (4.37)$$

В результате с течением времени вектор  $\vec{E}$ , имея неизменную амплитуду, вращается с угловой частотой  $\omega$ :

$$\frac{d\theta}{dt} = \pm \omega \quad (4.38)$$

конец вектора  $\vec{E}$  за промежуток времени равный периоду колебаний описывает в плоскости  $z = \text{const}$  окружность. Знак «+» в выражении (4.38) соответствует вращению вектора  $\vec{E}$  (а с ним и вектора  $\vec{H}$ ) по часовой стрелке (если смотреть в направлении распространения волны). Круговая поляризация зависит от угла  $\theta$  от пространственной переменной  $z$  подчиняется линейному закону

(см. выражение (4.37)), то в каждый момент времени концы векторов  $\vec{E}$ , относящихся к различным точкам оси  $Oz$ , будут расположены в пространстве по винтовой линии. С течением времени эта винтовая линия перемещается вдоль оси  $Oz$  с фазовой скоростью  $V$ . Шаг винта, очевидно, равен  $\lambda$ . В поглощающей среде радиус винта будет убывать вдоль оси  $Oz$ .

**Эллиптическая поляризация** имеет место при неравенстве амплитуд и начальных фаз составляющих  $E_x$  и  $E_y$  вектора  $\vec{E}$ :

$$E_{0x} \neq E_{0y}; \psi_x \neq \psi_y. \quad (4.39)$$

В этом случае плоскость поляризации волны с течением времени будет вращаться, модуль вектора  $\vec{E}$  будет изменяться во времени, а конец вектора  $\vec{E}$  за промежуток времени равный периоду колебаний прочертит в плоскости  $z = \text{const}$  эллипс. Различают эллиптически поляризованные волны левого и правого вращения. Поляризация радиоволн, возбуждаемых в пространстве реальными радиотехническими системами, определяется видом передающей антенны и условиями на трассе распространения.

#### 4.3 Перенос энергии плоской волной

Плотность потока энергии, переносимой плоской волной, определяется вектором Пойнтинга  $\vec{P}$ . Для гармонических плоских волн среднее за период значение вектора Пойнтинга  $\vec{P}_{cp}$  может быть рассчитано с помощью формулы:

$$\vec{P}_{cp} = 0,5 \operatorname{Re} \left\{ \left[ \dot{\vec{E}}, \dot{\vec{H}} \right] \right\}, \quad (4.40)$$

$$\dot{\vec{H}}$$

где  $\dot{\vec{E}}$  – комплексный вектор напряженности электрического поля;  $\dot{\vec{H}}$  – комплексно сопряженный вектор напряженности магнитного поля.

Определим величину  $\bar{\Pi}_{cp}$  для падающей линейно поляризованной волны, распространяющейся в проводящей среде в положительном направлении оси  $Oz$  декартовой системы координат  $Oxyz$ , при условии, что вектор  $\bar{E}$  этой волны направлен вдоль оси  $Ox$ .

В этом случае комплексные векторы  $\dot{\bar{E}}$  и  $\dot{\bar{H}}$  можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{\bar{E}} &= E_0 \exp(-\alpha z) \cdot \exp(j(-\beta z + \psi)) \cdot \bar{x}_0; \\ \dot{\bar{H}} &= \frac{1}{|\dot{Z}_0|} E_0 \exp(-\alpha z) \cdot \exp(j(+\beta z - \psi + \varphi_0)) \cdot \bar{y}_0.\end{aligned}\quad (4.41)$$

Следовательно, с учетом того, что  $[\bar{x}_0, \bar{y}_0] = \bar{z}_0$ , имеем:

$$\bar{\Pi}_{cp} = 0,5 \left( \frac{E_0^2}{|\dot{Z}_0|} \right) \exp(-2\alpha z) \cos \varphi_0 \bar{z}_0. \quad (4.42)$$

Вектор  $\bar{\Pi}_{cp}$  направлен в сторону распространения волны. Значит, направление потока энергии в плоской волне совпадает с направлением ее распространения. Следовательно, носителем энергии является сама волна.

В проводящей среде энергия, переносимая волной, уменьшается по мере распространения волны за счет перехода части этой энергии в тепло. В проводящей среде  $div \bar{\Pi}_{cp}$  отлична от нуля и отрицательна:

$$div \bar{\Pi}_{cp} = \frac{\partial \Pi_{cp}}{\partial z} = -\alpha \left( \frac{E_0^2}{|\dot{Z}_0|} \right) \exp(-2\alpha z) \cos(\varphi_0).$$

В каждой точке пространства вследствие тепловых потерь имеет место «сток» энергии электромагнитного поля. Средняя за период плотность энергии электрического поля  $W_E^{cp}$  равна  $\varepsilon_a |E|^2 / 4$ , а средняя за период плотность энергии магнитного поля  $W_H^{cp}$  равна  $\mu_a |H|^2 / 4$ . Для плоской волны, распространяющейся в проводящей среде, отношение  $W_E^{cp} / W_H^{cp}$  оказывается меньше единицы (см. выражения 4.41, 4.24):

$$\frac{W_E^{cp}}{W_H^{cp}} = \frac{\varepsilon_a |\dot{E}|^2}{\mu_a |\dot{H}|^2} = \left( \frac{\varepsilon_a}{\mu_a} \right) \left| \frac{\dot{E}}{\dot{H}} \right|^2 = \left( \frac{\varepsilon_a}{\mu_a} \right) \left( \frac{\mu_a}{|\dot{\varepsilon}_a|} \right) = \frac{\varepsilon_a}{\left| \varepsilon_a - j \frac{\gamma}{\omega} \right|} < 1.$$

В этом случае средняя плотность энергии магнитного поля оказывается больше, чем средняя плотность энергии электрического поля:

$$W_H^{cp} > W_E^{cp}. \quad (4.43)$$

Линейная поляризация (положение плоскости поляризации относительно осей координат с течением времени не изменяется, угол  $\theta = const$ ).

Круговая поляризация (волна левополяризованная):

- а) изменение во времени вектора  $\bar{E}$  в плоскости  $z = const$ ;
- б) изменение в пространстве вектора  $\bar{E}$  в фиксированный момент времени (рисунок 4.4).

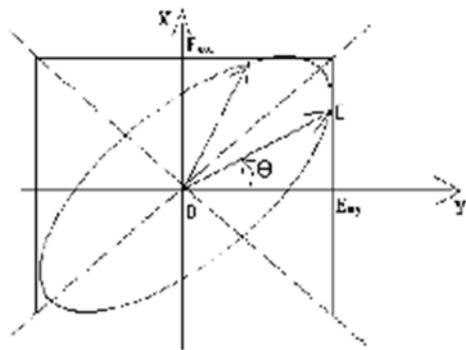


Рисунок 4.4 – Эллиптическая поляризация (волна левополяризованная).  
Плоскость поляризации с течением времени вращается  
вокруг оси  $Oz$  с угловой скоростью  $\omega$ , угол  $\theta = \theta(t)$

## 5. НАПРАВЛЯЮЩИЕ СИСТЕМЫ. КЛАССИФИКАЦИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

### 5.1 Определение систем и классификация волновых линий передачи

Различают **свободные и направляемые волны**.

Свободные волны, распространяются в неограниченном пространстве. Направляемые – вдоль линий передачи.

**Линия передачи** – это устройство, обеспечивающее движение потока энергии электромагнитной волны в заданном направлении.

Линии передачи могут быть **регулярными и нерегулярными, однородными и неоднородными**.

**Регулярная линия передачи** – это линия передачи, у которой поперечное сечение и электрофизические свойства заполняющих ее сред являются неизменными вдоль всей линии.

**Нерегулярная линия передачи** – это линия передачи, у которой нарушено хотя бы одно условие регулярности.

**Однородная линия передачи** заполнена однородной средой. **Неоднородная** – неоднородной средой.

**Волноводы** – это линии передачи, в поперечном сечении которых имеется один или несколько замкнутых проводящих контуров, охватывающих область распространения направляемых волн.

В поперечном сечении открытых линий передачи таких контуров нет.

**Виды линий передачи:**

- Односвязные;
- Двухсвязные;
- Многосвязные;
- Нулевой связности.

## Некоторые виды линий передачи

На рисунке 5.1 приведены поперечных сечений некоторых видов линий:

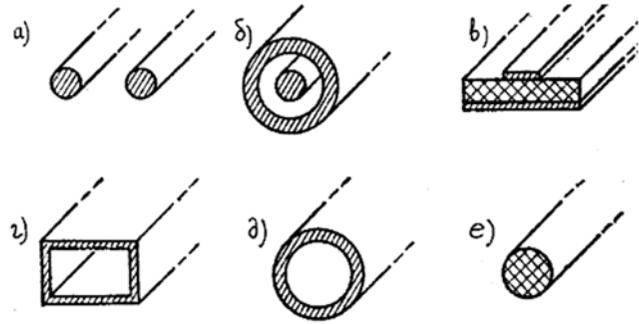


Рисунок 5. – Некоторые виды линий передачи.

- а) – двухпроводная линия передачи, б) – коаксиальный волновод, в) – микрополосковая линия передачи, г) – прямоугольный волновод, д) – круглый волновод, е) – диэлектрическая линия передачи

## Классификация электромагнитных волн, распространяющихся в линиях передачи

В зависимости от вида линий передачи в них могут распространяться электромагнитные волны четырех классов:

1. **Поперечные или Т-волны** (старое название и обозначение – поперечно-электромагнитные или ТЕМ-волны);
2. **Электрические или Е-волны** (старое название и обозначение – поперечно-магнитные или ТМ-волны);
3. **Магнитные или Н-волны** (старое название и обозначение – поперечно – электрические или ТЕ-волны);
4. **Гибридные волны.**

Разделение волн, распространяющихся вдоль линий передачи, на указанные классы производится относительно продольной (направленной вдоль линии передачи) пространственной координаты  $z$ .

По отношению к пространственной координате  $z$ :

- в Т-волнах векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  имеют только поперечные (перпендикулярные оси  $Oz$ ) составляющие;
- в Е-волнах вектор  $\vec{E}$  имеет поперечную и продольную составляющие, а вектор  $\vec{H}$  – только поперечную;
- в Н-волнах вектор  $\vec{H}$  имеет поперечную и продольную составляющие, а вектор  $\vec{E}$  – только поперечную;
- в гибридных волнах оба вектора  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  имеют и продольные и поперечные составляющие.

В линиях передачи ось  $Oz$  совпадает с направлением движения распространяющихся вдоль этих линий электромагнитных волн.

Т-волны могут существовать только в двухсвязных или многосвязных линиях передачи (причем как в открытых линиях, так и в волноводах).

Е и Н волны могут существовать в односвязных и многосвязных волноводах различного поперечного сечения. Гибридные волны могут существовать в неоднородных линиях передачи различных типов.

Постоянные коэффициенты, которые получаются при интегрировании этих уравнений, определяются при наложении на полученные решения граничного условия.

## 5.2 Электромагнитные процессы в линиях передачи

$\vec{E}$  и  $\vec{H}$  пространственной координаты  $z$  определяются множителем  $\exp(-jKz)$ , где продольное волновое число  $K$  равно:

$$K = \pm(k^2 - \alpha^2)^{0,5}. \quad (5.1)$$

Для Т-волн поперечное волновое число  $\alpha = 0$ , а продольное волновое число  $K = k$ . В линиях передачи без потерь Т-волны распространяются без затухания и с той же фазовой скоростью  $V$ , что и в свободном пространстве:

$$V = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}. \quad (5.2)$$

Длина волны Т-волн в линиях передачи также равна длине волны в свободном пространстве:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{V}{f}. \quad (5.3)$$

Линия, по которой распространяется только Т-волна, представляет собой недиспергирующую систему.  $E$  и  $H$  волны.

Частота  $\omega$  есть частота источника, возбуждающего поле, т. е. частота генератора. Положим в общем виде

$$K = \beta - j\alpha, \quad jK = \alpha + j\beta. \quad (5.4)$$

В зависимости от величины  $\omega$  могут иметь место два случая (напомним, что  $k = \omega \cdot \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}$ ).

1. Частота  $\omega$  достаточно высокая. Волновое число  $k > \varkappa$ . При этом продольное волновое число  $K$  является чисто вещественной величиной (см. 5.1). Следовательно, в данном случае (см. 5.4)  $K = \beta$ ,  $\alpha = 0$ . Волна распространяется вдоль линии без затухания и процесс ее распространения определяется множителем  $\exp(-j\beta z)$ , где  $\beta$  играет роль коэффициента фазы этой волны и равен:

$$\beta = (k^2 - \varkappa^2)^{0,5} = (\omega^2 \varepsilon_a \mu_a - \varkappa^2)^{0,5}. \quad (5.5)$$

2. Частота  $\omega$  низкая. Волновое число  $k < \varkappa$ . При этом продольное волновое число  $K$  является чисто мнимой величиной (см. 5.1) и, в соответствии с (5.4)  $K = -j\alpha$ ,  $\beta = 0$ . Это означает, что в данном случае в линии передачи существует не электромагнитная волна а нераспространяющееся электромагнитное поле, «при-

вязанное» к источнику возбуждения и затухающее по мере удаления от него по закону  $\exp(-\alpha z)$ , где коэффициент затухания  $\alpha$  равен:

$$\alpha = (\varkappa^2 - k^2)^{0,5} = (\varkappa^2 - \omega^2 \varepsilon_a \mu_a)^{0,5}. \quad (5.6)$$

Фазы векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  не распространяющегося поля во всех точках линии передачи имеют одинаковое значение и не зависят от расстояния возбуждения.

Такой режим работы линии передачи называют **критическим**, а частоту, при которой наступает этот режим, также называют **критической** и обозначают  $\omega_{кр}$ .

Из выражения (5.1), полагая  $K = 0$ , находим:

$$\omega_{кр} = \varkappa V = \frac{\varkappa}{\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}; \quad (5.7)$$

$$f_{кр} = \frac{\omega_{кр}}{2\pi} = \frac{\varkappa V}{2\pi} = \frac{\varkappa V}{2\pi \sqrt{\varepsilon_a \mu_a}}, \quad (5.8)$$

где  $V$  – фазовая скорость плоской электромагнитной волны, распространяющейся в свободном пространстве.

Критическая частота зависит не только от поперечного волнового числа  $\varkappa$ , но и от параметров диэлектрика, заполняющего линию передачи. Такая зависимость иногда оказывается неудобной, поэтому помимо  $\omega_{кр}$  и  $f_{кр}$  для характеристики критического режима пользуются параметром «критическая длина волны»  $\alpha_{кр}$ , под которой понимают длину волны плоской однородной волны, распространяющейся в свободном пространстве, частота возбуждения которой равна  $f_{кр}$ :

$$\lambda_{кр} = \frac{V}{f_{кр}} = \frac{2\pi}{\alpha}. \quad (5.9)$$

Таким образом, в отличие от Т-волн,  $E$  и  $H$  волны могут распространяться вдоль линии передачи не при любых частотах, а лишь при выполнении условия

$$f > f_{кр} \text{ или } \lambda < \lambda_{кр}, \quad (5.10)$$

где  $f$  – частота возбуждающего линию передачи генератора;

$\lambda$  – длина волны в свободном пространстве, соответствующая этой частоте.

Найдем фазовую и групповую скорости  $E$  и  $H$  волн, распространяющихся вдоль линии передачи –  $V_\phi$  и  $V_{гр}$ .

Для этого запишем мгновенное значение функции  $Z(z)$  для падающей волны –  $Z(z, t)$

$$Z(z, t) = \operatorname{Re}\{(z) \exp(jZ\omega t)\} = A \cos(\omega t - \beta z).$$

Фазовая скорость будет равна производной по времени от полученной величины

$$z V_\phi = \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\omega}{\beta}, \quad (5.11)$$

где  $\beta$  определяется выражением (5.5).

Общие свойства направляемых волн позволяют рассмотреть структуры электромагнитного поля для конкретных направляющих систем.

### 5.3 Структура электромагнитного поля $E$ и $H$ волн в прямоугольном волноводе

Прямоугольным волноводом называют **односвязный металлический волновод, поперечное сечение которого имеет форму прямоугольника.**

Стандартные прямоугольные волноводы представляют собой латунные или дюралевые трубы прямоугольного поперечного сечения, линейные размеры которого соответствуют ГОСТ-ированным числовым рядам. Волноводы позволяют передавать большие мощности при малых потерях.

Однако передача электромагнитной энергии по полой трубе возможна лишь тогда, когда линейные размеры ее поперечного сечения соизмеримы с длиной волны или превосходят ее. Поэтому приемлемыми для практики габаритами (соответственно весом и стоимостью) обладают металлические волноводы для волн, длина которых в свободном пространстве не превышает 20–25 см.

### 5.4 Уравнения для $E$ и $H$ волн в прямоугольном волноводе

При выборе системы координат, в которой будет раскрыт поперечный лапласиан  $\nabla_\perp^2$ , необходимо придерживаться следующего правила: «координатные поверхности выбираемой системы должны совпадать по форме с граничными поверхностями рассматриваемой линии передачи». Выполнение этого правила позволяет использовать граничные условия для касательных составляющих вектора  $\vec{E}$  при определении постоянных интегрирования.

Очевидно, что для прямоугольного волновода этому правилу удовлетворяет прямоугольная (декартова) система координат, так как ее координатными поверхностями являются взаимно перпендикулярные плоскости, которые можно совместить с граничными поверхностями (стенками) прямоугольного волновода рисунок 5.2.

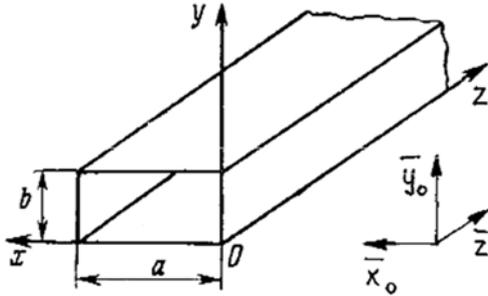


Рисунок 5.2 – Система координат прямоугольного волновода

Разместим прямоугольную систему координат так, как показано на рисунке 5.2. В этом случае верхняя и нижняя стенки волновода находятся в плоскостях  $y = 0$  и  $y = b$ , а боковые – в плоскостях  $y = 0$  и  $x = a$ .

Уравнение в декартовой системе координат имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \Psi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi(x, y)}{\partial y^2} + \epsilon^2 \Psi(x, y) = 0. \quad (5.12)$$

При интегрировании уравнения (5.12) воспользуемся уже знакомым нам методом Фурье. Представим функцию  $\Psi(x, y)$  в виде произведения двух функций  $X(x)$  и  $Y(y)$ , каждая из которых зависит только от одной пространственной переменной:

$$\Psi(x, y) = X(x) \cdot Y(y). \quad (5.13)$$

выполним частное дифференцирование:

$$\frac{Y(y) \cdot \partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \frac{X(x) \cdot \partial^2 Y(y)}{\partial y^2} + \epsilon^2 \cdot X(x) \cdot Y(y) = 0. \quad (5.14)$$

Перейдя в (5.14) от частных дифференциалов к обыкновенным и поделив его почленно на произведение  $X(x) \cdot Y(y)$ , имеем

$$\frac{1}{X(x)} \frac{d^2 X(x)}{dx^2} + \frac{1}{Y(y)} \frac{d^2 Y(y)}{dy^2} = -\epsilon^2. \quad (5.15)$$

### 5.5 Система уравнений для $E$ и $H$ волн в прямоугольном волноводе

Используя доводы, что и при анализе уравнений приравняем первый член уравнения (5.19) постоянному коэффициенту  $-k_x^2$ , а второй – постоянному коэффициенту  $-k_y^2$ , физический смысл которых будет выяснен позднее. В этом случае уравнение (5.15) может быть представлен в виде системы из трех более простых уравнений:

$$\frac{d^2 X(x)}{dx^2} + k_x^2 X(x) = 0. \quad (5.16)$$

$$\frac{d^2 Y(y)}{dy^2} + k_y^2 Y(y) = 0. \quad (5.17)$$

$$k_x^2 + k_y^2 = \epsilon^2. \quad (5.18)$$

Уравнения (5.16) и (5.17) являются обыкновенными однородными дифференциальными уравнениями второго порядка, решениями которых являются комбинации показательных либо тригонометрических функций и постоянных коэффициентов. Решение уравнения (5.16) для рассматриваемого случая будет иметь следующий вид:

$$X(x) = C \cdot \cos(k_x \cdot x) + D \cdot \sin(k_x \cdot x). \quad (5.19)$$

В выражение 5.19 входят три постоянные коэффициента  $C, D, k_x$ , в определении которых необходимо воспользоваться граничным условием.

Граничное условие стенок волновода трансформируется в следующие условия для составляющей

$$\dot{E}_z / \dot{E}_y = 0 \text{ при } x=0; x=a; y=0; y=b.$$

Применительно к 5.19 это означает, что при  $x=0$  и при  $x=a$  правая часть уравнения должна обращаться в нуль. Первое условие может быть выполнено только в случае, если  $C=0$ , а второе – если

$$k_x = m \cdot \pi / a,$$

где  $m$  – любое целое положительное число;  
 $a$  – поперечный размер широкой стенки волновода.

Используя граничные условия, мы определили значения постоянных коэффициентов  $C$  и  $k_x$ , и уравнение 5.19 принимает следующий вид:

$$X(x) = D \cdot \sin(k_x \cdot x) = D \cdot \sin(m \cdot \pi \cdot x / a). \quad (5.20)$$

Проведя аналогичные операции с уравнением (5.17), получаем

$$Y(y) = B \cdot \sin(k_y \cdot y) = B \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot y / b), \quad (5.21)$$

где  $B$  – постоянный коэффициент;

$k_y \cdot y = n \cdot \pi / b$  – постоянный коэффициент;

$n$  – любое целое положительное число;

$b$  – поперечный размер узкой стенки волновода.

Подставив 5.20 и 5.21 в 5.13, имеем

$$\Psi(x, y) = X(x) \cdot Y(y) = D \cdot \sin(m \cdot \pi \cdot x / a) \cdot B \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot y / b). \quad (5.22)$$

Численные значения коэффициентов  $B$  и  $D$  зависят от параметров источника, возбуждающего электромагнитную волну в линии передачи.

Подставив 5.22 в

$$\dot{E}_z(\xi, \eta, z) = E(\xi, \eta) A^E \exp(-jKz)$$

и обозначив произведение коэффициентов  $B, D, A$  как  $E_0$ , получим окончательное решение волнового уравнения для продольной составляющей  $E_z$  вектора напряженности электрического поля  $E$  волн в прямоугольном волноводе:

$$\begin{aligned} \dot{E}_z(x, y, z) &= \\ &= E_0 \cdot \sin(m \cdot \pi \cdot x / a) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot y / b) \cdot \exp(-j \cdot K \cdot z). \end{aligned} \quad (5.23)$$

Чтобы воспользоваться уравнениями связи для определения поперечных составляющих векторов напряженности электрического и магнитного полей  $E$  волн в прямоугольном волноводе, необходимо найти частные производные

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial E_z}{\partial y}.$$

Вычислим их, проведя частное дифференцирование выражения 5.23 по переменным  $x$  и  $y$ :

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = (m \cdot \pi / a) \cdot E_0 \cdot \cos(m \cdot \pi \cdot x / a) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot y / b) \cdot \exp(-jKz);$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = (n \cdot \pi / b) \cdot E_0 \cdot \cos(m \cdot \pi \cdot x / a) \cdot \sin(n \cdot \pi \cdot y / b) \cdot \exp(-jKz).$$

### Волна основного типа в прямоугольном волноводе

По отношению к волне  $H_{10}$  все прочие собственные волны называются волнами высших типов (см. рисунок 5.3).

Волна  $H_{10}$  является единственно возможной собственной волной данного волновода, так как только для нее выполняется условие  $\lambda < \lambda_{кр}$ .

На практике, при разработке различных волноводных узлов и блоков, очень часто оказывается необходимым создать в волноводе именно такой режим работы.

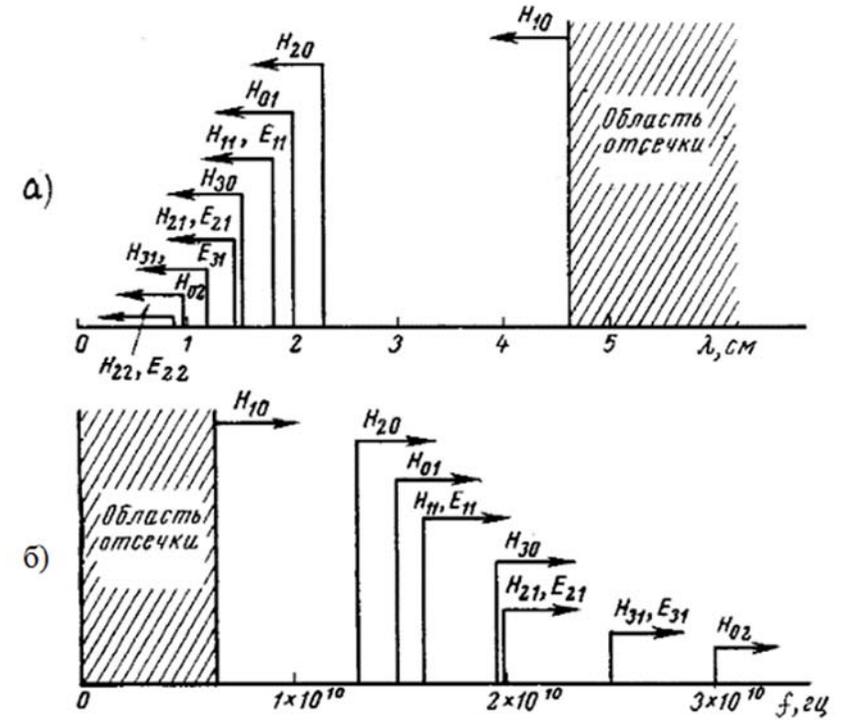


Рисунок 5.3 – Критические длины волн а) и критические частоты б) собственных волн прямоугольного волновода с размерами 23 x 10 мм

## 6. ВОЛОКОННАЯ ОПТИКА. ПАРАМЕТРЫ И ПРИМЕНЕНИЕ

Волоконно-оптические линии связи – совокупность пассивных и активных технических устройств, и физической среды, обеспечивающих передачу информации с помощью несущей оптического диапазона длин волн по волоконным световодам.

Типовая схема представлена на рисунке 6.1.

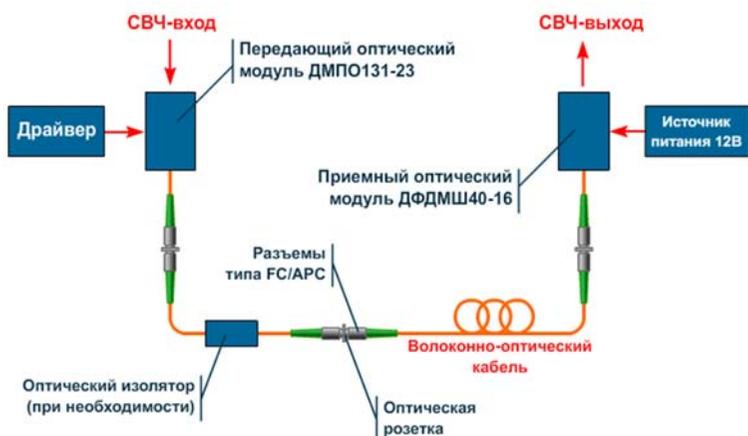


Рисунок 6.1 – Схема создания волоконно-оптической линии передачи информации в диапазоне частот 0,1 МГц – 16 ГГц

**Преимущества ВОЛС.** Абсолютная защищенность оптоволоконной линии от электрических помех, наводок; полное отсутствие излучения во вне; практически невозможно подключиться к этому типу кабеля для несанкционированного прослушивания сети. Скорость передачи данных через оптоволоконные системы составляет более от 1 до 100 Гбит/с. позволяет передавать информацию на большие расстояния; пожаро- и взрывобезопасность при изменении физических и химических параметров; малые габариты и масса; высокая надежность оптической среды: оптические волокна не окисляются, не намокают, не подвержены слабому электромагнитному воздействию.

**Недостатки ВОЛС.** К недостаткам относится хрупкость оптического волокна. При сильном изгибании кабеля (особенно, если в качестве силового элемента используется стеклопластиковый прут) возможна поломка волокон или их замутнение из-за возникновения микротрещин. Сложность соединения в случае разрыва. Сложная технология изготовления как самого волокна, так и компонентов ВОЛС. Сложность преобразования сигнала (в интерфейсном оборудовании). Относительная дороговизна оптического оборудования. Замутнение волокна с течением времени вследствие старения.

**Основные компоненты ВОЛС.** Передающий оптоэлектронный модуль, пассивные оптические компоненты, волоконно-оптический кабель, повторители и оптические усилители, приемный оптоэлектронный модуль.

Мультиплексор в оптике ВОЛС – устройство позволяющее с помощью пучков света с разными длинами волн и дифракционной решетки (фазовой, амплитудной), передавать по одной коммуникационной линии одновременно несколько различных потоков данных.

Медиаконвертер (преобразователь среды) – это устройство, преобразующее среду распространения сигнала из одного типа в другой. Сетевой трансивер – устройство для передачи и приема сигнала между двумя физически разными средами системы связи. Приемник-передатчик, – физическое устройство, которое соединяет интерфейс хоста с локальной сетью, такой как Ethernet

**Основные компоненты ПОМ.** Источник оптического излучения, согласующее устройство, электронные схемы модуляции и стабилизации режимов работы источника излучения.

**Требования к источнику излучения.** Источник излучения должен излучать на длине волны, соответствующей одному из минимумов потерь в оптоволоконной линии (ОВ), обеспечивать достаточно высокую мощность излучения и эффективный ввод его в ОВ, поддерживать необходимые частоты модуляции, обеспечивать температурную стабильность, обладать малыми габаритами и дешевой стоимостью.

Устройство волоконно-оптического кабеля приведено на рисунке 6.2.

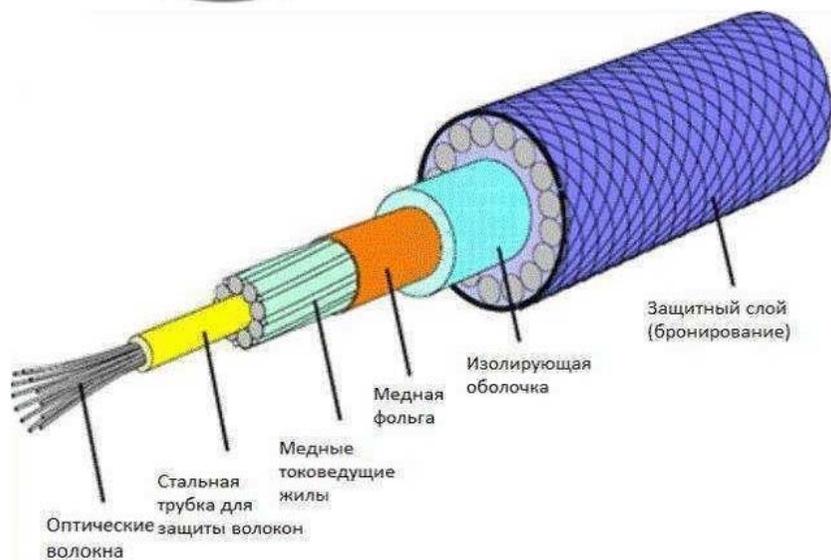
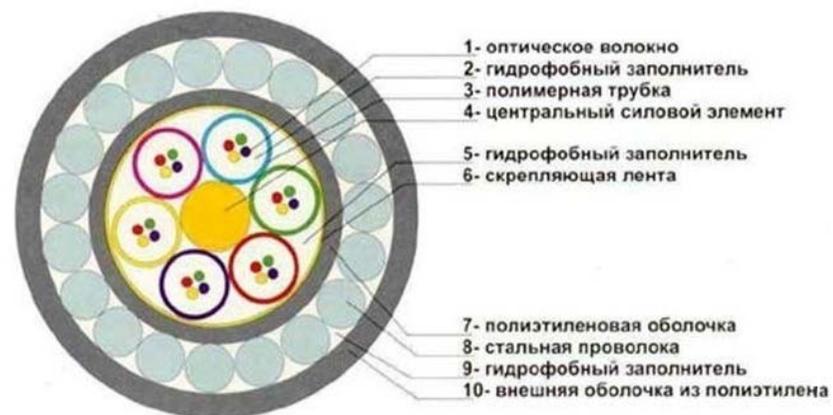


Рисунок 6.2 – Устройство волоконно-оптического кабеля

Важнейшим компонентом ВОЛС является волоконно-оптический кабель. Он предназначен для передачи информации, содержащейся в модулированных световых колебаниях. Волоконно-оптический кабель состоит из:

- Сердцевины, с показателем преломления  $n_1$ ;
- Оболочки, с показателем преломления  $n_2 < n_1$ .

Прохождение сигнала по кабелю осуществляется в диапазоне длин волн от 0,8 до 1,6 мкм. Распространение света в волоконно-оптическом кабеле основано на законе Снеллиуса:

$$n_1 \cdot \sin \theta_1 = n_2 \cdot \sin \theta_2 \cdot \theta_c = \arcsin(n_1 / n_2).$$

Эффективность ввода (вывода) излучения в оптическое волокно зависит от его числовой апертуры  $NA = \sin \theta$ . Чем больше величина  $NA$ , тем лучше свет распространяется по ВОЛС.

*Распространение света в ВОЛС.* Внутри может распространяться ограниченное число типов световых колебаний, называемых модами. Различают режимы работы ВОЛС: одномодовый; многомодовый. Одномодовое волокно применяется на больших расстояниях, Многомодовый – внутри городской сети связи

*Пассивные оптические компоненты* – это оптические соединители, розетки, шнуры.

*Распределительные панели* – это кроссовые шкафы, соединительные муфты, оптические разветвители, аттенюаторы, системы спектрального уплотнения.

*Оптические соединители* – это устройства предназначенные для соединения различных компонентов волоконно-оптического линейного тракта в местах ввода и вывода излучения. Типы соединителей: неразъемные (сварка, сплайсер); разъемные. Разъемные соединители изображены на рисунке 6.3.



Рисунок 6.3 – Разъемные соединители

Требования, предъявляемые к соединителям:

- Малые вносимые потери;
- Малое обратное отражение;
- Устойчивость к внешним климатическим, механическим воздействиям;
- Высокая надежность и простота конструкции;
- Незначительное ухудшение характеристик после многочисленных повторных соединений.

*Приемный оптоэлектронный модуль* осуществляет преобразование оптического сигнала в электрический ток (напряжение).

## 7. ВОЗДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И ВОЛН НА БИОСФЕРУ

*Допустимые нормы* Электромагнитный спектр простирается от электростатического и магнитостатического полей частоты 50 Гц до радиоволн и видимого света, ионизирующего  $\gamma$  излучение. В зависимости от интенсивности и частоты электромагнитного поля их волны оказываются для биоорганизмов полезными или вредными.

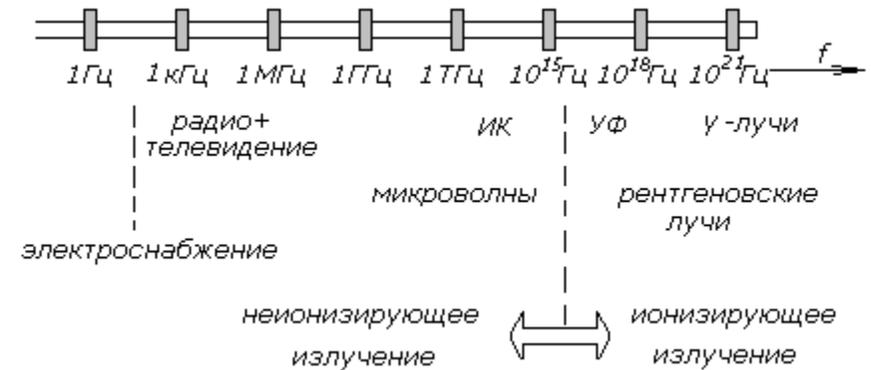


Рисунок 7.1 – Электромагнитный спектр

В ультра-фиолетовом диапазоне и выше энергия электронов достаточно велика, чтобы освобождать электроны из электронной оболочки атомов, (т. е. ионизировать атомы), и тем самым производить химические и биоритмические изменения в организмах:

$$W = h \cdot f, \quad (7.1)$$

где  $h$  – постоянная Планка;  
 $f$  – частота.

Воздействие на человека электромагнитных волн в этом диапазоне с ростом частоты проявляется от желаемого эффекта загара до рака кожи и глубже расположенных тканей, а так же искажают или нарушают биоритмы жизненно важных органов.

Диапазон видимого света (без которого жизнь невозможна) ведет к инфракрасному (ИФК) тепловому излучению и микроволнам. Действие микроволн на биоорганизмы основано на их силовом воздействии на заряженные частицы:

$$F_e = Q(E + V \cdot B). \quad (7.2)$$

При недостатке магнитных диполей с большим дипольным моментом макроскопические тепловые эффекты не возникают, и для населения в целом безопасны. При более высоких напряженностях поля обнаруживались определенные эффекты, такие как высокочастотные ожоги, магнитофосфет (мерцание в глазах). При малых напряженностях поля при низких частотах исключаются, но имеются случаи в нарушении поведения, иммунной системы, головных болях, усталости, вплоть до случаев заболевания рака (научно пока не подтверждено).

*Предельно допустимые значения.* ПДН в России и восточно-европейских странах основываются на уровнях напряженности поля, которые не могут вызвать особых биологических эффектов, в то время как в других странах исходят из значений напряженности (к примеру: в Германии ПДН определены значениями по нормам VDE 0848), при повышении которых доказуемо возникают опасные воздействия.

При возникновении актуальных проблем и вопросов относительно точной интерпретации приведенных предельных значений следует в каждом случае обращаться к соответствующим предписаниям в научной литературе.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучение уравнений Максвелла представляют собой наиболее общее выражение законов электромагнетизма, охватывающее известные экспериментальные и теоретические данные используются как инструмент для решения задач электромагнитных полей и волн.

Электрическое поле – одно из двух сторон ЭМП, обусловленная электрическими зарядами и изменением магнитного поля, оказывающая силовое воздействие на заряженные частицы и тела и выявляемая по этому воздействию.

Магнитное поле – одна из двух сторон ЭП, обусловленная движущимися электрическими зарядами и изменением электрического поля, оказывающая силовое воздействие на движущиеся заряженные частицы и выявляемая по этому воздействию.

Силовое воздействие электромагнитного поля на заряженные частицы и тела обладает определенной направленностью, поэтому для его описания принято вводить векторные величины.

При рассмотрении векторов, используемых для описания электромагнитного поля, следует учитывать то обстоятельство, что существуют два основных вектора, определение которых базируется на «силовых» законах, и четыре дополнительных.

Это векторы:

- $E(x, y, z, t)$  – напряженность электрического поля, В/м;
- $B(x, y, z, t)$  – магнитная индукция, Вб/м<sup>2</sup>;
- $D(x, y, z, t)$  – электрическая индукция (электрическое смещение), К/м<sup>2</sup>;
- $H(x, y, z, t)$  – напряженность магнитного поля, А/м;
- $P(x, y, z, t)$  – поляризация среды, К/м<sup>2</sup>;
- $M(x, y, z, t)$  – намагниченность среды, А/м.

Все векторы полагаются конечными и непрерывными в безграничном пространстве. С философских позиций электромагнитное поле – особая форма материи, отличающаяся непрерывным распределением в пространстве и обнаруживающая дискретность структуры (фотоны), характеризующаяся способностью распространяться в вакууме со скоростью света, оказывающая на заряженные частицы силовое воздействие.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Боков Л. А. Электромагнитные поля и волны / учебное пособие. Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2003. 214 с.
2. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989.
3. Петров Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн: Учебник для вузов. М.: Горячая линия-Телеком, 2007. 558 с.
4. Соловьянова И. П., Наймушин М. П. Теория волновых процессов. Электромагнитные волны: Учебное пособие. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2005. 131 с.

ДЛЯ ЗАМЕТОК

Составители:

*Василий Владимирович Кириллов,  
Замира Джумабаевна Сейдакматова,  
Олег Павлович Новиков*

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ  
ПОЛЯ И ВОЛНЫ

Методическое руководство  
по изучению дисциплины для бакалавров

Компьютерная верстка – *Ю. Ф. Атаманов*

Подписано в печать 20.02.2020.  
Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Офсетная печать.  
Объем 4,75 п. л. Тираж 100 экз. Заказ 195

Отпечатано в типографии КРСУ  
720048, г. Бишкек, ул. Анкара, 2а